

УДК 621.01:686.1.056

**АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ  
ТРАЕКТОРІЇ РІЗАННЯ КОРИНЦЯ КНИЖКОВОГО БЛОКА  
КРУГЛИМИ НОЖАМИ, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ**

© В. О. Кузнецов, к.т.н., доцент, УАД, Львів, А. І. Іванко,  
НТУУ «КПІ», Київ, Україна

**В работе предлагается новый, аналитически определенный способ и соответствующие аналитические зависимости для точного определения траектории резания корешка книжного блока роторным устройством с круглыми ножами, расположенными на концах ротора. Книжный блок при этом движется мимо роторного устройства. Найденные аналитические зависимости проверены геометрическим моделированием в системе AutoCAD.**

**A new, analytically definite method and corresponding analytical dependencies for the exact determination of trajectory of cutting a counterfoil of book block by the rotor device with the round knives revolving together with rotor are offered in the paper. The book block thus moves past the rotor device. The found analytical dependencies were tested by geometrical modelling in AutoCAD.**

**Постановка проблеми**

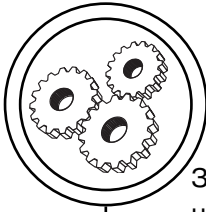
Як відомо [2], при ротаційно-му способі корінець книжкового блока обрізується за рахунок поступового переміщення з постійною швидкістю вздовж ротора з круглими ножами на кінцях, який обертається навколо своєї нерухомої осі. При цьому внаслідок складання двох незалежних рухів — обертального (ножів з ротором) і поступального (книжкового блока) визначення параметрів траєкторії різання значно ускладнюється. У відомій роботі [3] для цього використовується чисельний метод, який є достатньо складним для конструкторських розрахунків і дає наближені результати.

**Мета дослідження**

Мета даної роботи — визначення траєкторії різання корінця книжкового блока роторним пристроєм з круглими ножами, що обертаються разом з ротором. Поставлене завдання перевірити знайдені аналітичні залежності геометричним моделюванням у системі AutoCAD.

**Результати проведених досліджень**

Для вирішення цієї задачі застосуємо метод інверсії руху — книжковий блок залишається нерухомим а ротору з круглими ножами надається, разом із обертальним, ще і поступовий рух до книжкового блока рис. 1.



Застосований метод не змінює і не впливає на суть процесів різання. Але при цьому кола круглих ножів у процесі обертового і поступового рухів утворюють сімейство кіл а шукома траєкторія різання, яка у кожній своїй точці є дотичною до одного з кіл сімейства буде огинаючою даного сімейства [1].

Рівняння огинаючої, або у даному випадку траєкторії різання, знаходиться відомим диференціальним методом. З параметричного рівняння утворюючої визначається одна з незалежних координат. Похідна від отриманого рівняння по незалежній змінній прирівнюється до нуля. З отриманого рівняння визначається координата, що залишилася [1].

Утворюючим, для даного випадку є коло, розташоване на деякій віддалі від центра обертання ротора. Як відомо [1], рівняння кола, розташованого довільно у декартових координатах

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2,$$

де  $x, y$  — координати точки кола,  $a = x_0, b = y_0$  — координати

центра кола у відповідній координатній системі. Якщо круглий ніж, радіуса —  $r$  (коло) обертається навколо відповідного центра з радіусом  $R$  (ротор) рівняння довільного кола, розташованого на траєкторії ротора

$$(x - R \cos \omega t)^2 + (y - R \sin \omega t)^2 = r^2, \quad (1)$$

де  $\omega$  — кутова швидкість обертання ротора,  $t$  — час. При цьому координата  $y$  визначається

$$y = \sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t)^2} + R \sin \omega t. \quad (2)$$

Похідна від цього рівняння

$$0 = \frac{-(x - R \cos \omega t) \cdot R \omega \sin \omega t}{\sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t)^2}} + R \omega \cos \omega t$$

$$\text{або } \frac{(x - R \cos \omega t) \cdot R \omega \sin \omega t}{\sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t)^2}} = R \omega \cos \omega t.$$

Після елементарних перетворень визначається координата що залишилася —  $x$

$$x = (R + r) \cos \omega t \quad (3)$$

Підстановка виразу (3) координати  $x$  у рівняння (2) приводить до

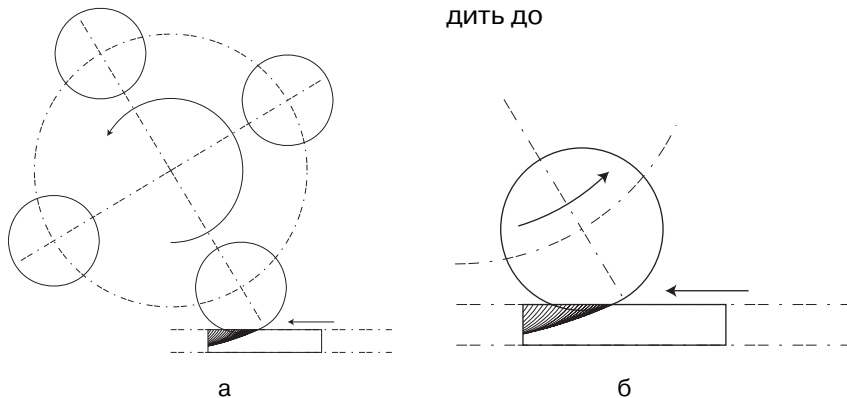
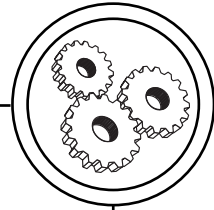


Рис. 1. Схема роторного пристрою для обрізування корінця блока: а — ротор з 4-ма ножами, б — сліди різання корінця одним з ножів



$$y = r \sin \omega t + R \sin \omega t = (R + r) \sin \omega t \quad (4)$$

а об'єднання рівнянь (3) і (4) забезпечує звільнення від незалежної змінної (t) і отримання рівняння згинаючої

$$x^2 + y^2 = (R + r)^2 \sin^2 \omega t + (R + r)^2 \cos^2 \omega t$$

$$x^2 + y^2 = (R + r)^2$$

Отже у випадку обертання звичайного ротора з круглими ножами на кінцях, огинаючою є коло радіуса (R + r), побудоване з центра обертання ротора.

Якщо ротор з ножами рухається поступово до книжкового блока зі швидкістю V, рівняння кола, розташованого на роторі

$$(x - R \cos \omega t - Vt)^2 + (y - R \sin \omega t)^2 = r^2$$

звідки координата

$$y = \sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t - Vt)^2} + R \sin \omega t \quad (5)$$

а похідна від цього рівняння

$$\frac{(x - R \cos \omega t - Vt) \cdot (R \omega \sin \omega t - V)}{\sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t - Vt)^2}} = R \omega \cos \omega t$$

або

$$\frac{(x - R \cos \omega t - Vt) \cdot (R \omega \sin \omega t - V)}{\sqrt{r^2 - (x - R \cos \omega t - Vt)^2}} = \frac{R \omega \cos \omega t}{(R \omega \sin \omega t - V)} = \frac{\cos \omega t}{\sin \omega t - \frac{V}{R \omega}}$$

Елементарні перетворення забезпечують визначення координати x за незалежною змінною часу (t)

$$x = \left\{ R + \frac{r}{\sqrt{1 - 2 \frac{V}{R \omega} \sin \omega t + \left(\frac{V}{R \omega}\right)^2}} \right\} \cdot \cos \omega t + Vt \quad (6)$$

Після підстановки отриманого виразу у рівняння (5)

$$y = \sqrt{r^2 - \left( \frac{r \cos \omega t}{\sqrt{1 - 2 \frac{V}{R \omega} \sin \omega t + \left(\frac{V}{R \omega}\right)^2}} + R \cos \omega t + Vt - R \cos \omega t + Vt \right)^2} + R \sin \omega t$$

і елементарних перетворень отримуємо вираз для визначення координати y також за незалежною змінною часу (t)

$$y = \left\{ R + \frac{r}{\sqrt{1 - 2 \frac{V}{R \omega} \sin \omega t + \left(\frac{V}{R \omega}\right)^2}} \right\} \cdot \sin \omega t + \frac{\frac{Vr}{R \omega}}{\sqrt{1 - 2 \frac{V}{R \omega} \sin \omega t + \left(\frac{V}{R \omega}\right)^2}} \quad (7)$$

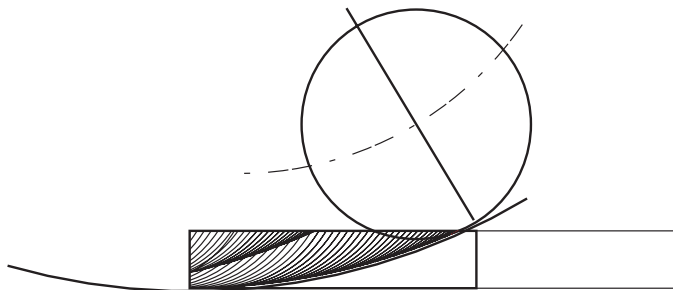
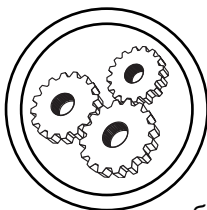


Рис. 2. Геометричне моделювання процесу різання



Отримані рівняння (6) і (7) забезпечують точне аналітичне визначення координат будь якої точки траєкторії різання (огинаючої) у довільний момент часу. Справедливість наведених математичних залежностей перевірено за допомогою геометричного моделювання (у системі AutoCAD) процесу різання корінця блоку вказаним методом і співставлення теоретичної траєкторії різання з слідами різання на геометричній моделі рис. 2.

З рис. 2 очевидно, що теоретична крива (незначно зміщена, щоб уникнути повного наклад-

дання кривих) повністю співпадає з дотичною до слідів різання корінця блоку круглим ножом, що доводить справедливість отриманих математичних залежностей.

### Висновки

Запропонований у статті аналітичний метод і виведені математичні залежності забезпечують просте і точне вирішення складної задачі визначення параметрів траєкторії і відповідних силових факторів, діючих у процесі різання корінця книжкового блока ротаційним пристроєм з круглими ножами.

1. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. — Москва: ФизматГиз, 1961.
2. Іванко А. І. Пристрій для обрізування книжково-журнальної продукції дисковими ножами з планетарним приводом // Наукові записки. — Львів: УАД, 2002. — Вип. 5. — С. 27—30.
3. Полюдов О. М., Іванко А. І. Аналіз геометричних параметрів процесу обрізування книжкових блоків дисковим ножом з планетарним приводом // Технологія і техніка друкарства. — Київ: НТУУ «КПІ», 2003. — Вип. 2. — С. 78—81.

Рецензент — З. М. Приставський, к.т.н.,  
доцент, НТУУ «КПІ»

Надійшла до редакції 25.03.08