

УДК 655.3:004.93:004.032.6

DOI: 10.20535/2077-7264.1(91).2026.356035

© **О. О. Палюх\***, д-р техн. наук, проф., **Д. І. Баранова**,  
д-р філософії (PhD), ст. викл., КПІ ім. Ігоря Сікорського,  
Київ, Україна

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ОФСЕТНОГО ДРУКУ МАРКЕРІВ ДОПОВНЕНОЇ РЕАЛЬНОСТІ З УРАХУВАННЯМ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЇХ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ПРИДАТНОСТІ

**Метою роботи є розроблення узагальненої механіко-математичної моделі, яка встановлює взаємозв'язок між параметрами офсетного друку, геометричними та оптичними характеристиками AR-маркерів і ймовірністю їх коректної детекції. У роботі сформовано структурну модель AR-маркера та введено узагальнений оператор перетворення, який описує перехід від ідеалізованого маркера до його друкованої реалізації з урахуванням механічних, оптичних і геометричних чинників.**

**Ключові слова:** доповнена реальність; маркери доповненої реальності; офсетний друк; розтискування; геометричні спотворення; оптичний контраст; різкість контурів; комп'ютерний зір; ймовірність детекції.

### Постановка проблеми

Стрімкий розвиток технологій доповненої реальності (Augmented Reality, AR) зумовлює активне впровадження інтерактивних елементів у друковану продукцію, зокрема пакування, рекламні матеріали та навчальні видання. Пріоритетним інструментом інтеграції фізичних носіїв із цифровим середовищем є AR-маркери, які забезпечують ідентифікацію об'єктів і прив'язку віртуального контенту до друкованої поверхні.

На відміну від поширених двовимірних кодів, зокрема QR-кодів, що оптимізовані для зберігання інформації, AR-маркери

мають геометрично регулярну структуру, адаптовану до задач комп'ютерного зору. Це забезпечує їхню кращу придатність до детекції та визначення просторового положення, однак водночас підвищує чутливість до геометричних і оптичних спотворень, що виникають у процесі поліграфічного відтворення (рис. 1).

В умовах офсетного друку якість відтворення AR-маркерів визначається розтискуванням, нестабільністю фарбово-зволожувального балансу, тиском та деформаційними властивостями паперу, що спричиняє геометричні спотворення, зниження контрасту

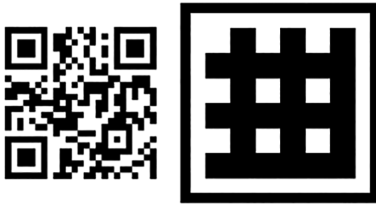
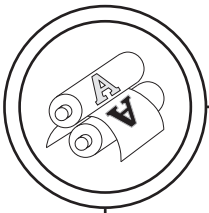


Рис. 1. Порівняння структурної організації QR-коду та бінарного AR-маркера: а — QR-код як носій інформації; б — AR-маркер, оптимізований для задач детекції та оцінювання просторового положення

й чіткості та ускладнює їх детекцію. Виникає суперечність між візуальними критеріями якості друку та вимогами комп'ютерного зору, чутливого до навіть допустимих поліграфічних відхилень. Це зумовлює необхідність встановлення кількісних залежностей між параметрами друку та функціональною придатністю AR-маркерів і розроблення моделей їх прогнозування.

Функціонування маркерів доповненої реальності у складі друкованої продукції визначається не лише їх номінальними геометричними параметрами, заданими на етапі цифрового проектування, але й трансформаціями, що виникають у процесі офсетного друку. У загальному випадку ці трансформації можна розглядати як відображення

$$T: M_0 \rightarrow M_p, \quad (1)$$

де  $M_0$  — еталонний цифровий маркер, а  $M_p$  — його друкована реалізація з урахуванням технологічних впливів.

Працездатність AR-маркерів визначається збереженням топологічної та геометричної інва-

ріантності їх структури. В умовах офсетного друку ця інваріантність порушується внаслідок розтискування, локальних деформацій і градієнтів оптичної густини. Водночас традиційні метрики якості друку (оптична густина, тонова передача, різкість) не враховують чутливість алгоритмів детекції до локальних спотворень, тоді як у комп'ютерному зорі маркери розглядаються як ідеалізовані бінарні структури без урахування їх фізичного відтворення.

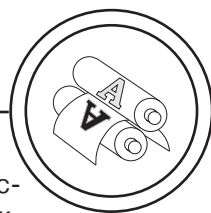
Унаслідок цього виникає наукова прогалина, що полягає у відсутності моделі трансформації маркерів у процесі друку, функціонального зв'язку між параметрами друкарського процесу та метриками детекції, а також критеріїв допустимих спотворень у термінах стабільності розпізнавання. Це зумовлює необхідність узгодження простору технологічних параметрів друку з простором ознак комп'ютерного зору, оскільки поліграфічна якість відбитка не гарантує функціональної придатності AR-маркера.

Процес відтворення AR-маркера, представлений у вигляді операторного перетворення  $M_0 \rightarrow M_p$ , у цій роботі конкретизується шляхом декомпозиції оператора  $T$  на сукупність часткових перетворень, що відповідають основним фізичним процесам офсетного друку.

У результаті дії оператора  $T$  відбувається зміна геометричних та оптичних характеристик маркера, яку можна описати через вектор ознак:

$$F_p = \{L, C, S, D\}, \quad (2)$$

де  $L$  — лінійні розміри елементів (товщина ліній, відстані),  $C$  —



оптичний контраст,  $S$  — різкість контурів,  $D$  — геометричні спотворення.

Функціональна придатність AR-маркера визначається ймовірністю його коректної детекції системою комп'ютерного зору, яку доцільно подати у вигляді функціонала:

$$P_{\text{detect}} = f(F_p) = f(L, C, S, D). \quad (3)$$

З урахуванням залежності ознак  $F_p$  від параметрів друку, отримаємо узагальнену залежність:

$$P_{\text{detect}} = f(T(M_0, P)), \quad (4)$$

або у розгорнутому вигляді:

$$P_{\text{detect}} = f(p_1, p_2, \dots, p_n). \quad (5)$$

Тому, задача забезпечення функціональної придатності AR-маркера зводиться до визначення такої області допустимих значень параметрів друкарського процесу  $P$ , для якої виконується умова:

$$P_{\text{detect}} \geq P_{\text{crit}}, \quad (6)$$

де  $P_{\text{crit}}$  — обмежувальне значення ймовірності детекції, що забезпечує стабільну роботу системи доповненої реальності.

Отже, формальна постановка задачі полягає у:

— встановленні функціональних залежностей між параметрами офсетного друку та ознаками відтвореного маркера;

— визначенні впливу цих ознак на ймовірність детекції;

— знаходженні області допустимих технологічних параметрів, що забезпечують  $P_{\text{detect}} \geq P_{\text{crit}}$ .

Отже, виникає необхідність формалізації процесу відтворення AR-маркерів як задачі трансформації їх геометричних та оптичних характеристик у середовищі офсетного друку з подаль-

шою оцінкою впливу цих трансформацій на ймовірність їх детекції. Це передбачає розроблення інтегрованої моделі, яка поєднає параметри друкарського процесу, характеристики відбитка та критерії розпізнавання, що і становить сутність поставленої науково-технічної проблеми.

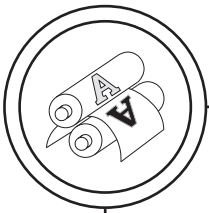
### Аналіз попередніх досліджень

Сучасні дослідження fiducial-маркерів зосереджені на їх геометрії, алгоритмах детекції та умовах реєстрації. У роботах [1–3] показано визначальну роль структури маркерів і якості контурів, а також їх чутливість до спотворень і втрати контрасту. У [4–6] встановлено вплив умов реєстрації (освітлення, шум, розмиття) та запропоновано підходи до оцінювання точності позиціювання. Роботи [7, 8] присвячені розробленню стійких конструкцій маркерів.

Водночас у дослідженнях [9, 10] доведено, що технологічні чинники друку (розтискування, розмиття, взаємодія фарби з матеріалом) змінюють геометричні та оптичні характеристики зображень.

Однак існуючі роботи розглядають зазначені аспекти ізольовано: відсутній кількісний зв'язок між параметрами офсетного друку, характеристиками AR-маркерів і показниками їх машинної детекції. Не визначено також допустимі межі технологічних параметрів, що забезпечують стабільне розпізнавання.

Це зумовлює необхідність розроблення узагальненої механіко-математичної моделі відтворення AR-маркерів та критеріїв їх функціональної придатності.



### Мета роботи

Розроблення узагальненої механіко-математичної моделі відтворення AR-маркерів в офсетному друці, що встановлює взаємозв'язок між технологічними параметрами, характеристиками маркерів та ймовірністю їх коректної детекції. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Проаналізувати структуру AR-маркерів та визначити їх основні геометричні й оптичні параметри, що впливають на процес детекції.
2. Сформувати узагальнену модель впливу технологічних чинників офсетного друку на зміну характеристик AR-маркерів у вигляді операторного перетворення.
3. Встановити функціональний зв'язок між параметрами відтвореного маркера та ймовірністю його детекції.
4. Визначити допустимі значення узагальненого параметра деформації, за яких забезпечується стабільна детекція маркерів.
5. Обґрунтувати практичні рекомендації щодо забезпечення функціональної придатності AR-маркерів у процесі офсетного друку.

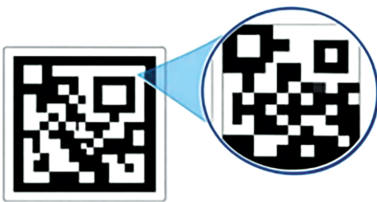


Рис. 2. Структура бінарного AR-маркера: загальний вигляд та збільшений фрагмент кодового поля

### Результати проведених досліджень

Дослідження відтворення AR-маркерів в офсетному друці базується на поєднанні аналітичного моделювання, методів обробки зображень та експериментальної оцінки якості. Для формалізації аналізу введено узагальнену структурну модель бінарного маркера, що описує його характеристики як функцію параметрів відтворення та забезпечує кількісну оцінку спотворень (рис. 2). Введена структурна модель AR-маркера відповідає його ідеалізованому стану, за якого геометрія та бінарна структура кодового поля зберігаються без спотворень і можуть бути однозначно інтерпретовані алгоритмами комп'ютерного зору.

Окрім квадратних, у системах комп'ютерного зору застосовуються круглі AR-маркери з концентричною або кільцевою структурою (рис. 3), що відзначаються підвищеною стійкістю до перспективних спотворень і точністю позиціонування. Їх внутрішня структура формується з урахуванням вимог унікальності та інваріантності до поворотів.

Зі зростанням складності маркера підвищується його інформаційна ємність, але зростає чутливість до друкарських спотворень. Для всіх типів маркерів критичним є збереження геометричної та топологічної інваріантності, яка в умовах офсетного друку порушується. Формування відбитка супроводжується розтискуванням, деформаціями, похибками суміщення та розмиттям контурів, що змінює параметри маркера та ускладнює його детекцію. Для кількісного опису цих про-

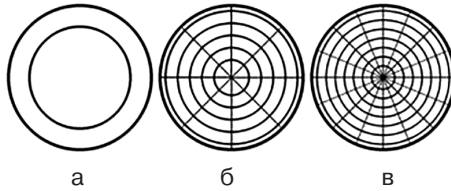
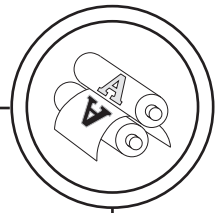


Рис. 3. Зразки круглих AR-маркерів різної складності: а — простий, б — середній, в — складний

цесів вводиться узагальнений оператор перетворення, який відображає перехід від ідеального маркера до його друкованої реалізації:

$$M_p = G(M_0), \quad (7)$$

де  $M_0$  — ідеалізований (цифрова модель без деформацій) маркер,  $M_p$  — його друкована реалізація, а  $G$  — узагальнений оператор перетворення, що описує сукупний вплив механічних, оптичних та геометричних чинників друку. З урахуванням фізичної природи процесу доцільно подати оператор  $G$  у вигляді композиції:

$$G = G_{\text{mech}} \circ G_{\text{opt}} \circ G_{\text{geom}}, \quad (8)$$

де  $G_{\text{mech}}$  — описує механічні деформації матеріалу,  $G_{\text{opt}}$  — оптичні ефекти (розтискування, розмиття), а  $G_{\text{geom}}$  — геометричні перетворення.

Таким чином, перехід від ідеалізованої моделі до деформованого маркера полягає у врахуванні зазначених перетворень, що призводять до зміни просто-

рого розташування елементів та їх інтенсивнісних характеристик. Відповідна схема деформації AR-маркера наведена на рис. 4. Візуальна інтерпретація дії оператора  $G$  дозволяє наочно представити характер спотворень, що виникають у процесі друку.

Схема на рис. 4 відображає узагальнений характер спотворень AR-маркера в офсетному друці. Незважаючи на їх нелінійну природу, вони можуть бути апроксимовані узагальною матрицею перетворення  $G$ , що враховує вплив основних технологічних чинників. Аналіз моделей з різним ступенем анізотропії (рис. 5) показує, що зі зростанням деформації порушується радіальна симетрія та викривлюються структурні елементи маркера.

Це призводить до зростання геометричних похибок і зниження ймовірності коректної детекції. Узагальнено спотворення проявляються як порушення геометричної та топологічної структури маркера, що ускладнює його



Рис. 4. Схема деформації бінарного AR-маркера під дією узагальної матриці перетворення  $G$

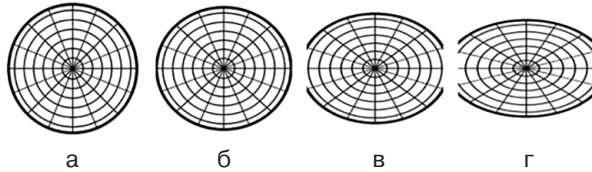
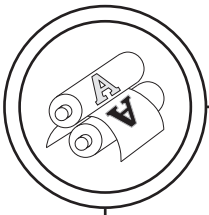


Рис. 5. Вплив різних рівнів анізотропної деформації на геометрію складного кругового AR-маркера: від ідеального стану до зростаючого ступеня спотворення: а — ідеальний маркер; б — слабка деформація ( $G \approx 1.05 \times 0.95$ ); в — середня деформація ( $G \approx 1.15 \times 0.85$ ); г — сильна деформація ( $G \approx 1.25 \times 0.75$ )

ISSN 2077-7264. Технологія і техніка друкарства. 2026. № 1(91)

відновлення та зменшує  $P_{\text{detect}}$ . Результати моделювання підтверджують наявність функціональної залежності між параметрами деформації, описаними оператором  $G$ , та ймовірністю детекції. Для її кількісного опису  $P_{\text{detect}}$  розглядається як функція  $GGG$ , яка з урахуванням експериментальних даних доцільно апроксимується експоненційною моделлю деградації.

$$P_{\text{detect}}(G) = \exp(-kG), \quad (9)$$

де  $k$  — коефіцієнт чутливості маркера до деформацій;  $G$  — узагальнений параметр (відхилення від ізотропії).

Ця модель означає:

- при  $G \rightarrow 0 \rightarrow P_{\text{detect}} \rightarrow 1$ ;
- при зростанні деформації  $\rightarrow$  експоненційне падіння;
- складні маркери  $\rightarrow$  більший  $k$ .

Отримана залежність відображає нелінійний характер впливу спотворень: при незначних деформаціях зниження  $P_{\text{detect}}$  є помірним, тоді як при досягненні критичних значень параметра  $G$  спостерігається різке падіння ймовірності коректної детекції. Для різних маркерів:

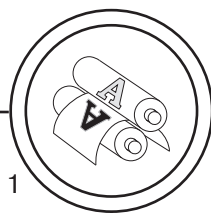
$$k_{\text{simple}} < k_{\text{medium}} < k_{\text{complex}}. \quad (10)$$

При цьому складні маркери характеризуються вищою чутливі-

стю до спотворень, що проявляється у більш стрімкому спаданні функції  $P_{\text{detect}}(G)$ .

Для підтвердження отриманої аналітичної залежності проведено імітаційне дослідження процесу детекції AR-маркерів за умов контрольованого збільшення параметра деформації  $G$  у межах  $0 \leq G \leq 1$ . Моделювання виконували для трьох типів маркерів — простого, середнього та складного — із використанням експоненційної залежності  $P_{\text{detect}}(G) = \exp(-kG)$ . Прийняті значення коефіцієнта чутливості  $k$  становили 1,2; 2,0 та 3,0 відповідно. Встановлено, що зі зростанням деформації ймовірність коректної детекції зменшується експоненційно, причому складні маркери характеризуються найбільш різким спаданням  $P_{\text{detect}}$ .

Це підтверджує їх вищу чутливість до геометричних спотворень і менший запас функціональної стійкості в умовах офсетного друку. Як видно з табл. 1, зі зростанням параметра деформації  $G$  ймовірність коректної детекції  $P_{\text{detect}}$  монотонно зменшується для всіх типів маркерів. Водночас швидкість цього зниження істотно залежить від складності структури маркера.



Найбільш стійким є простий маркер, для якого навіть при  $G = 0,5$  зберігається  $P_{\text{detect}} = 0,549$ , тоді як для складного маркера за тих самих умов імовірність детекції знижується до  $0,2230$ . Це підтверджує, що зі зростанням інформаційної насиченості та структурної складності AR-маркера підвищується його чутливість до друкарських деформацій. На рис. 6 наведено результати імітаційного моделювання залежності ймовірності коректної детекції AR-маркерів від ступеня деформації  $G$ . Як видно з графіка, зі збільшенням параметра деформації спостерігається експоненційне зниження  $P_{\text{detect}}$  для всіх типів маркерів.

При цьому швидкість зменшення ймовірності детекції залежить від складності структури маркера: для простих маркерів зниження є більш пологим, тоді як для складних — різко вираженим. Отримані результати підтверджують коректність прийнятої експоненційної моделі та свідчать про зростання чутливості маркерів до деформацій зі збільшенням їх інформаційної складності.

Таблиця 1

Результати імітаційного моделювання ймовірності детекції AR-маркерів різної складності

G	$P_{\text{detect}}$ простий, k = 1,2	$P_{\text{detect}}$ середній, k = 2,0	$P_{\text{detect}}$ складний, k = 3,0
0.0	1.000	1.000	1.000
0.1	0.887	0.819	0.741
0.2	0.787	0.670	0.549
0.3	0.698	0.549	0.407
0.4	0.619	0.449	0.301
0.5	0.549	0.368	0.223
0.6	0.487	0.301	0.165
0.7	0.432	0.247	0.122
0.8	0.383	0.202	0.091
0.9	0.340	0.165	0.067

Процес відтворення AR-маркера, представлений у вигляді операторного перетворення  $M_0 \rightarrow M_p$  (див. розділ «Постановка проблеми»), у даній роботі конкретизується шляхом декомпозиції оператора  $T$  на сукупність часткових перетворень, що відповідають основним фізичним процесам офсетного друку.

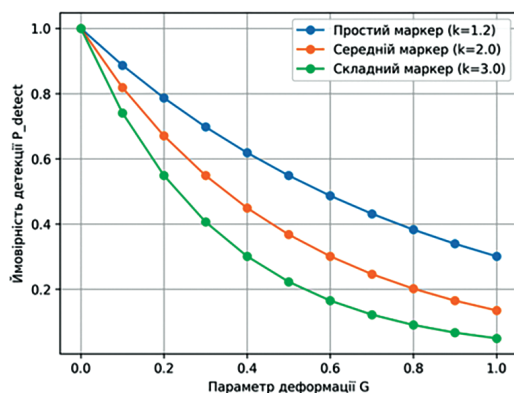
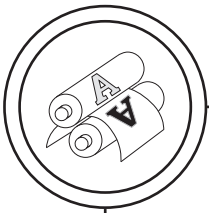


Рис. 6. Залежність ймовірності коректної детекції AR-маркера  $P_{\text{detect}}$  від ступеня деформації  $G$  за результатами імітаційного моделювання для маркерів різної складності



$$T = T_{\text{geom}} \circ T_{\text{opt}} \circ T_{\text{mech}}, \quad (11)$$

де  $T_{\text{geom}}$  — геометричні спотворення (розтискування);  $T_{\text{opt}}$  — зміна оптичних характеристик;  $T_{\text{mech}}$  — деформації паперу.

Зміна лінійних розмірів елементів маркера описується через функцію приросту розмірів:

$$L = L_0 + \Delta L, \quad (12)$$

де  $L_0$  — номінальний розмір елемента,  $\Delta L$  — зміна розміру внаслідок розтискування та деформацій.

Приріст  $\Delta L$  можна подати як функцію параметрів друку:

$$\Delta L = f_1(p_{\text{press}}, p_{\text{screen}}, p_{\text{ink}}, p_{\text{paper}}). \quad (13)$$

Для растрових елементів доцільно враховувати відносне розтискування:

$$G = \frac{A_p - A_0}{A_0}, \quad (14)$$

де  $A_0$  — площа растрового елемента в макеті,  $A_p$  — площа після друку.

Для перевірки адекватності запропонованої моделі деградації AR-маркерів проведено експеримент їх відтворення в умовах офсетного друку та подальшої детекції засобами комп'ютерного зору. Друк виконано на аркушевій офсетній машині на крейдовано-

му папері (150 г/м<sup>2</sup>) чорною фарбою з варіюванням параметрів, що впливають на розтискування. Тестовий файл містив AR-маркери трьох рівнів складності (рис. 7).

Для кожного типу маркера отримано серії відбитків із різними рівнями деформації  $G = 0-0,9$ . Відбитки оцифровано 600 dpi та оброблено методами комп'ютерного зору (бінаризація, сегментація, детекція контурів). Ймовірність коректної детекції  $P_{\text{detect}}$  визначали як частку успішно розпізнаних маркерів.

$$P_{\text{detect}} = \frac{N_{\text{correct}}}{N_{\text{total}}}, \quad (15)$$

де  $P_{\text{detect}}$  — оцінка ймовірності коректної детекції;  $N_{\text{correct}}$  — число успішних детекцій;  $N_{\text{total}}$  — загальна кількість реалізацій (спроб) детекції.

Для кожного значення параметра  $G$  проводили не менше 50 спроб детекції, що забезпечувало статистичну достовірність отриманих результатів.

У результаті проведеного експерименту отримано залежності ймовірності коректної детекції AR-маркерів від ступеня деформації  $G$  (табл. 2).

Порівняльний аналіз експериментальних даних та результатів імітаційного моделювання пока-

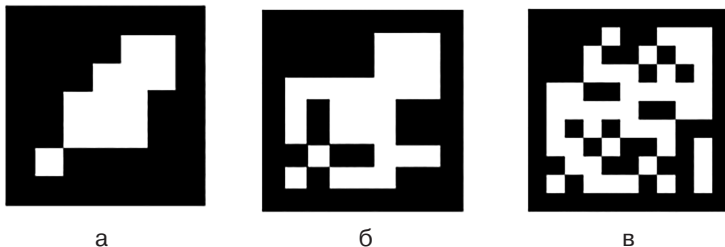
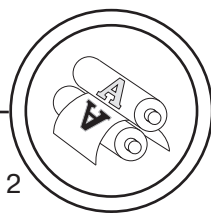


Рис. 7. Тестові AR-маркери: а — простий (5×5); б — середній (7×7); в — складний (9×9)



зав їх високу узгодженість. Максимальне відхилення між експериментальними та розрахунковими значеннями  $P_{\text{detect}}$  не перевищує 5–8 % у всьому досліджуваному діапазоні параметра  $G$ .

Отримані результати підтверджують адекватність використання експоненційної моделі деградації та свідчать про її придатність для опису процесів втрати функціональної здатності AR-маркерів у поліграфічному відтворенні:

$$P_{\text{detect}}(G) \approx e^{-kG}, \quad (16)$$

де  $P_{\text{detect}}(G)$  — функція ймовірності коректної детекції;  $G$  — узагальнений параметр деформації;  $k$  — параметр чутливості (коефіцієнт деградації);  $e$  — експоненціальна стала.

Експериментально встановлено, що:

— зі зростанням параметра деформації  $G$  ймовірність коректної детекції зменшується за експоненційним законом;

— складні маркери характеризуються підвищеною чутливістю до спотворень, що проявляється у більш стрімкому зниженні  $P_{\text{detect}}$ ;

— для складних маркерів критичне значення ( $P_{\text{detect}} < 0,5$ ) досягається вже при  $G \approx 0,3-0,35$ ;

— для простих маркерів аналогічний рівень зниження спостерігається лише при  $G \approx 0,5-0,6$ .

Це свідчить про наявність компромісу між інформаційною ємністю маркера та його стійкістю до технологічних спотворень.

На основі отриманих результатів встановлено:

— допустимий рівень деформації для надійної детекції AR-маркерів повинен відповідати  $G \leq 0,3$  для складних структур;

Таблиця 2

Експериментальні значення ймовірності детекції AR-маркерів

G	Простий	Середній	Складний
0.0	1.00	1.00	1.00
0.1	0.86	0.80	0.72
0.2	0.75	0.64	0.52
0.3	0.66	0.51	0.39
0.4	0.58	0.41	0.28
0.5	0.50	0.33	0.20
0.6	0.43	0.26	0.14
0.7	0.37	0.20	0.10
0.8	0.32	0.16	0.07

— при використанні маркерів високої інформаційної щільності необхідно мінімізувати розтискування растрової точки;

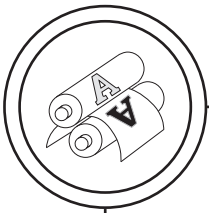
— оптимізація параметрів офсетного друку повинна бути спрямована на забезпечення геометричної інваріантності елементів маркера.

Для кожного значення узагальненого параметра деформації  $G$  ймовірність коректної детекції AR-маркера  $P_{\text{detect}}$  оцінювали за результатами серії з  $n = 50$  незалежних спроб розпізнавання. Оцінку ймовірності визначали як частку успішних детекцій:

$$\hat{P}_{\text{detect}} = \frac{N_{\text{correct}}}{n}, \quad (17)$$

де  $N_{\text{correct}}$  — кількість коректно розпізнаних маркерів,  $n$  — загальна кількість спроб детекції.

Оскільки результат кожної спроби має бінарний характер (успішна/неуспішна детекція), статистичне оцінювання виконано в межах біноміальної моделі. Стандартне відхилення оцінки ймовірності детекції визначали за виразом:



$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}_{\text{detect}}(1-\hat{p}_{\text{detect}})}{n}}, \quad (18)$$

де  $\sigma_{\hat{p}}$  — стандартне відхилення оцінки ймовірності коректної детекції;  $\hat{p}_{\text{detect}}$  — оцінка ймовірності коректної детекції AR-маркера (вибіркова частка успішних детекцій);  $n$  — кількість незалежних спроб детекції (обсяг вибірки).

Для оцінювання інтервальної надійності результатів обчислювали 95 % довірчі інтервали. З огляду на обмежений обсяг вибірки та наявність крайових значень  $\hat{p}_{\text{detect}}$ , для побудови довірчих меж доцільно використовувати інтервали Вілсона, які забезпечують коректніші оцінки порівняно з нормальним наближенням:

$$CI_{95\%} = \frac{\hat{p}_{\text{detect}} + \frac{z^2}{2n} \pm z \sqrt{\frac{\hat{p}_{\text{detect}}(1-\hat{p}_{\text{detect}})}{n} + \frac{z^2}{4n^2}}}{1 + \frac{z^2}{n}}, \quad (19)$$

де  $CI_{95\%}$  — 95 % довірчий інтервал для ймовірності коректної детекції;  $\hat{p}_{\text{detect}}$  — вибіркова оцінка ймовірності коректної детекції AR-маркера;  $n$  — кількість незалежних спроб детекції (обсяг вибірки);  $z$  — квантиль стандартного нормального розподілу (для довірчої ймовірності 0.95:  $z = 1.96$ ).

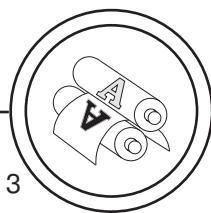
Отримані значення  $\hat{p}_{\text{detect}}$ , стандартного відхилення  $\sigma_{\hat{p}}$  та 95 % довірчих інтервалів наведено в табл. 3.

Аналіз статистично опрацьованих результатів показав, що зі зростанням параметра деформації  $G$  спостерігається систематичне зниження оцінки ймовірності

коректної детекції  $\hat{p}_{\text{detect}}$  для всіх типів маркерів. При цьому для складних маркерів не лише абсолютні значення  $\hat{p}_{\text{detect}}$  є нижчими, а й довірчі інтервали зміщуються в область малих значень значно швидше, ніж для простих структур. Уже при  $G = 0.3$  для складного маркера 95 % довірчий інтервал становить  $[0.28; 0.54]$ , тоді як для простого —  $[0.52; 0.78]$ , що свідчить про істотно вищу чутливість структур з підвищеною інформаційною щільністю до геометричних спотворень. При  $G \geq 0.5$  для складних маркерів верхня межа довірчого інтервалу не перевищує 0.33, що вказує на втрату їх функціональної надійності в умовах офсетного друку.

Отже, введення стандартного відхилення  $\sigma_{\hat{p}}$  та 95 % довірчих інтервалів підтверджує статистичну узгодженість отриманих експериментальних результатів і дозволяє обґрунтовано інтерпретувати виявлену тенденцію експоненційного зниження ймовірності коректної детекції AR-маркерів зі зростанням деформацій. Статистичне опрацювання також підтверджує, що складні маркери мають значно менший запас функціональної стійкості порівняно з простими.

Аналіз залежності відносної зміни розмірів елементів AR-маркера від коефіцієнта розтискування (рис. 8) показує, що у початковому діапазоні значень  $G \leq 0.05$  спостерігається майже лінійне збільшення розмірів елементів без суттєвого впливу на топологічну структуру маркера. У цьому режимі геометричні спотворення є незначними і не призводять до втрати функціональної придатності.



Таблиця 3

Статистичні характеристики ймовірності коректної детекції AR-маркерів різної складності ( $n = 50$ ,  $CI = 95\%$ )

(G)	Простий маркер ( $\hat{P} \pm \sigma$ ) [95 % CI]	Середній маркер ( $\hat{P} \pm \sigma$ ) [95 % CI]	Складний маркер ( $\hat{P} \pm \sigma$ ) [95 % CI]
0.0	1.00 ± 0.000 [0.93; 1.00]	1.00 ± 0.000 [0.93; 1.00]	1.00 ± 0.000 [0.93; 1.00]
0.1	0.86 ± 0.049 [0.74; 0.93]	0.80 ± 0.057 [0.67; 0.89]	0.72 ± 0.063 [0.58; 0.83]
0.2	0.76 ± 0.060 [0.63; 0.86]	0.64 ± 0.068 [0.50; 0.76]	0.52 ± 0.071 [0.39; 0.65]
0.3	0.66 ± 0.067 [0.52; 0.78]	0.52 ± 0.071 [0.39; 0.65]	0.40 ± 0.069 [0.28; 0.54]
0.4	0.58 ± 0.070 [0.44; 0.71]	0.40 ± 0.069 [0.28; 0.54]	0.28 ± 0.063 [0.17; 0.42]
0.5	0.50 ± 0.071 [0.37; 0.63]	0.32 ± 0.066 [0.21; 0.46]	0.20 ± 0.057 [0.11; 0.33]
0.6	0.44 ± 0.070 [0.31; 0.58]	0.26 ± 0.062 [0.16; 0.40]	0.14 ± 0.049 [0.07; 0.26]
0.7	0.36 ± 0.068 [0.24; 0.50]	0.20 ± 0.057 [0.11; 0.33]	0.10 ± 0.042 [0.04; 0.21]
0.8	0.32 ± 0.066 [0.21; 0.46]	0.16 ± 0.052 [0.08; 0.29]	0.08 ± 0.038 [0.03; 0.19]

Аналіз результатів показав систематичне зниження  $\hat{P}_{\text{detect}}$  зі зростанням деформації  $G$  для всіх типів маркерів, причому складні структури є значно чутливішими. Уже при  $G = 0.3$  95 % довірчий інтервал становить [0.28; 0.54] для складного маркера проти [0.52; 0.78] для простого, а при  $G \geq 0.5$  верхня межа не перевищує 0.33, що свідчить про втрату функціональної надійності. Введення стандартного відхилення та довірчих інтервалів підтверджує статистичну узгодженість результатів і експоненційний характер зниження  $\hat{P}_{\text{detect}}$ , а також менший запас стійкості складних маркерів.

Аналіз залежності розмірів елементів від коефіцієнта розтискування (рис. 8) показує, що в початковому діапазоні спостерігається майже лінійне зростання без суттєвого порушення топології, що не впливає на функціональну придатність маркерів.

У проміжному діапазоні  $0.05 < G < 0.12$  відбувається перехід до нелінійного характеру зростання розмірів, що супроводжується локальним перекриттям елементів та зменшенням міжелементних інтервалів. Це призводить до часткового порушення структурної інваріантності маркера та зниження стійкості його детекції.

При значеннях  $G \geq 0.12$  спостерігається різке зростання геометричних спотворень, що викликає втрату топологічної цілісності

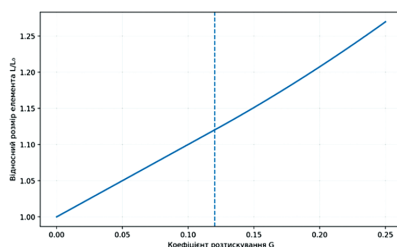
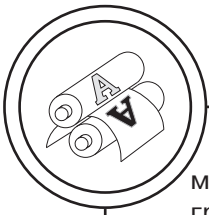


Рис. 8. Залежність відносної зміни розміру елементів AR-маркера від коефіцієнта розтискування



маркера, злиття елементів та деградацію його бінарної структури. Таким чином, встановлено критичне значення коефіцієнта розтискування  $G_{\text{crit}} \approx 0.12$ , перевищення якого призводить до втрати працездатності AR-маркера.

Таким чином, у результаті проведених аналітичних, імітаційних та експериментальних досліджень встановлено закономірності впливу технологічних чинників офсетного друку на функціональну придатність AR-маркерів. Показано, що узагальнений параметр деформації  $G$  є визначальним чинником, який зумовлює експоненційне зниження ймовірності коректної детекції  $\hat{P}_{\text{detect}}$ , причому ступінь цього зниження істотно залежить від структурної складності маркера. Експериментально підтверджено адекватність запропонованої моделі деградації, при цьому розбіжність між розрахунковими та експериментальними даними не перевищує 5–8 %, що свідчить про її придатність для прогнозування якості відтворення AR-маркерів у поліграфічних процесах. Встановлено критичні значення параметра деформації, за яких відбувається втрата функціональної стійкості маркерів, що дозволяє обґрунтувати допустимі технологічні режими друку. Отримані результати створюють науково обґрунтовану основу для оптимізації параметрів офсетного друку з метою забезпечення надійної ідентифікації AR-маркерів та можуть бути використані при розробленні інтерактивної друкованої продукції з елементами доповненої реальності.

У результаті аналітичних, імітаційних та експериментальних

досліджень встановлено закономірності впливу параметрів офсетного друку на функціональну придатність AR-маркерів. Показано, що узагальнений параметр деформації  $G$  визначає експоненційне зниження  $\hat{P}_{\text{detect}}$ , причому його інтенсивність залежить від структурної складності маркера. Експериментально підтверджено адекватність моделі (розбіжність 5–8 %), що дозволяє використовувати її для прогнозування якості відтворення. Визначено критичні значення  $G$ , за яких втрачається функціональна стійкість маркерів, що забезпечує обґрунтування допустимих режимів друку та оптимізацію параметрів для надійної детекції.

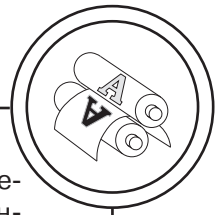
### Висновки

1. Встановлено, що функціональна придатність AR-маркерів визначається збереженням геометричної та топологічної інваріантності, а також контрасту й чіткості контурів.

2. Розроблено узагальнену механіко-математичну модель, що враховує механічні, геометричні та оптичні спотворення і описує їх вплив на характеристики маркерів.

3. Встановлено функціональну залежність між деформацією маркера та ймовірністю його детекції, яку апроксимовано експоненційною моделлю деградації.

4. Визначено допустимі та критичні значення параметра деформації і розтискування, перевищення яких призводить до втрати топологічної цілісності та різкого зниження  $\hat{P}_{\text{detect}}$ .



5. Обґрунтовано підходи до забезпечення машинозчитуваності AR-маркерів, що передбачають обмеження розтискування та збереження геометричної інваріантності і контрастності.

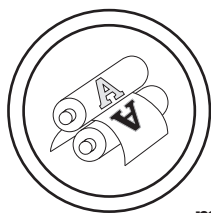
#### References/Список використаної літератури

1. Kalaitzakis, M., Cain, B., Carroll, S., Ambrosi, A., Whitehead, C., & Vitzilaios, N. (2021). Fiducial markers for pose estimation: Overview, applications and experimental comparison of the ARTag, AprilTag, ArUco and STAG markers. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 101(2). <https://doi.org/10.1007/s10846-020-01307-9> [in English].
2. Romero-Ramirez, F. J., Muñoz-Salinas, R., & Medina-Carnicer, R. (2021). Tracking fiducial markers with discriminative correlation filters. *Image and Vision Computing*, Vol. 107, 104094. <https://doi.org/10.1016/j.imavis.2020.104094> [in English].
3. Haraguchi, D., & Miyahara, R. (2023). High accuracy and wide range recognition of micro AR markers with dynamic camera parameter control. *Electronics*, 12(21), 4398. <https://doi.org/10.3390/electronics12214398> [in English].
4. Berral-Soler, R., et al. (2024). DeepArUco++: Improved detection of square fiducial markers in challenging lighting conditions. *Image and Vision Computing*, Vol. 152, 105313. <https://doi.org/10.1016/j.imavis.2024.105313> [in English].
5. Neto, B. S. R., et al. (2024). Tape-shaped, multiscale, and continuous-readable fiducial marker for indoor navigation and localization systems. *Sensors*, 24(14), 4605. <https://doi.org/10.3390/s24144605> [in English].
6. Adámek, R., et al. (2023). Analytical models for pose estimate variance of planar fiducial markers for Mobile Robot Localisation. *Sensors*, 23(12), 5746. <https://doi.org/10.3390/s23125746> [in English].
7. García-Ruiz, P., et al. (2023). Fiducial objects: Custom design and evaluation. *Sensors*, 23(24), 9649. <https://doi.org/10.3390/s23249649> [in English].
8. García-Ruiz, P., et al. (2024). Large-Scale Indoor Camera Positioning Using Fiducial Markers. *Sensors*, 24(13), 4303. <https://doi.org/10.3390/s24134303> [in English].
9. Valdec, D., Hajdek, K., Majnarić, I., & Čerepinko, D. (2021). Influence of printing substrate on quality of line and text reproduction in flexography. *Applied Sciences*, 11(17), 7827. <https://doi.org/10.3390/app11177827> [in English].
10. Mirković, I. B., et al. (2024). Environmentally sustainable offset prints exposed to thermal aging and NO<sub>2</sub>. *Sustainability*, 16(4), 1681. <https://doi.org/10.3390/su16041681> [in English].

\*Corresponding author: **Oleksandr Paliukh**, Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University of Ukraine 'Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute', paluhdmi@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-5055-2880>.

**Daryna Baranova**, Doctor of Philosophy (PhD), Senior Lecturer, National Technical University of Ukraine 'Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute', <https://orcid.org/0000-0002-6335-6026>.

**Technological Features of Offset Printing for Augmented Reality Markers with Preservation of Functional Detectability**



The object of this study is the process of reproducing augmented reality (AR) markers using offset printing under the influence of technological printing parameters on their functional characteristics. The main problem is the reduction in detection stability of markers by computer vision systems due to geometric and optical distortions occurring during the printing process.

The aim of the study is to develop a generalized mechanical and mathematical model that establishes the relationship between offset printing parameters, geometric and optical characteristics of AR markers, and the probability of their correct detection.

A structural model of an AR marker is developed, and a generalized transformation operator is introduced to describe the transition from an ideal marker to its printed representation, taking into account mechanical, optical, and geometric factors. Analytical dependencies describing changes in element dimensions and inter-element spacing caused by dot gain and paper deformation are obtained, along with their differential characteristics. An exponential degradation model describing the dependence of detection probability on the deformation parameter is proposed and validated through simulation for markers of different complexity levels.

Critical values of the dot gain coefficient are determined, at which element merging and loss of topological integrity occur, as well as threshold values of optical contrast and edge sharpness required for stable detection. It is shown that the functional performance of AR markers is determined by the combined effect of technological factors and can only be ensured when both geometric and optical constraints are simultaneously satisfied. A stability region map for marker detection is constructed, enabling the determination of acceptable offset printing conditions.

The scientific novelty lies in establishing a quantitative relationship between offset printing parameters, geometric and optical characteristics of printed AR markers, and their detection probability, as well as in developing a functional performance criterion based on topological integrity constraints.

The practical significance consists in developing engineering recommendations for the preparation of AR marker layouts and the selection of offset printing parameters to ensure reliable machine-readable performance under real operating conditions.

**Keywords:** augmented reality; augmented reality markers; offset printing; dot gain; geometric distortions; optical contrast; edge sharpness; computer vision; detection probability.

Надійшла до редакції/Received: 23.02.26

Рецензія/Peer review: 16.03.26

Опубліковано/Printed: 10.04.26