

УДК 655.54:621.867:519.876.5

DOI: 10.20535/2077-7264.3(89).2025.345764

© П. О. Киричок, д-р техн. наук, проф., Д. О. Палюх*, асп.,
КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВАКУУМНОГО ТРАНСПОРТУВАННЯ РОЗГОРТКИ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ОБКЛАДИНКИ

Об'єктом дослідження є процес вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки на перфорованій транспортувальній стрічці в зоні подачі до фальцювально-клейового модуля. Метою роботи є розроблення механіко-математичної моделі, яка описує взаємодію сил розрідження, ваги, тертя та інерційних навантажень і забезпечує стійке утримання та точне позиціонування розгортки в зонах фальцювання й приклеювання клапанів.

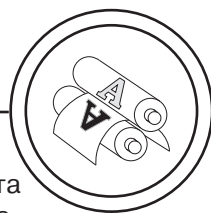
Ключові слова: інтегральна обкладинка; вакуумне транспортування; перфорована транспортувальна стрічка; механіко-математичне моделювання; стійкість утримання; кутова стійкість; поздовжнє зміщення.

Постановка проблеми

Виготовлення інтегральних обкладинок для книжково-журнальної продукції передбачає послідовність операцій транспортування, фальцювання та приклеювання клапанів розгорток до основи обкладинки. Першорядну роль у забезпеченні точності цих операцій відіграє система вакуумного транспортування, яка позиціонує розгортку в зоні дії фальцювальних планок і клейових модулів та повинна гарантувати її стійке утримання за високошвидкісних режимів роботи потокових ліній. Порушення умов вакуумного утримання призводить до зсувів, перекосів і геометричних дефектів інтегральних обкла-

динок, що безпосередньо впливає на їх експлуатаційні та естетичні характеристики.

Аналіз наукових публікацій свідчить про наявність значної кількості досліджень, присвячених процесам транспортування та фіксації аркушевих і рулонних матеріалів у поліграфічному й пакувальному обладнанні, а також моделям аеродинамічної взаємодії потоків повітря з тонкими листовими матеріалами. У цих роботах переважно розглядаються окремі аспекти — розподіл тиску в вакуумних камерах, проектування перфорації стрічок, стійкість руху аркушів при подачі й прийманні. Водночас специфіка інтегральних обкладинок із клапанами, які одночасно підда-



ються вакуумному утриманню, згинанню та приклеюванню, у більшості досліджень не враховується. Недостатньо представлено й узагальнені моделі, що кількісно пов'язують параметри вакуумного транспортування (розрідження, геометрію отворів, швидкість руху, характер прискорень) з точністю позиціонування розгортки та стійкістю її руху під час фальцювання і склеювання.

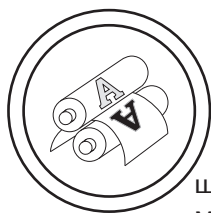
Актуальним науково-прикладним завданням є побудова механіко-математичної моделі процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, яка описує закономірності формування сил утримання, критерії лінійної та кутової стійкості розгортки, а також поздовжнього позиціонування під дією збурювальних інерційних і контактних навантажень. Така модель має враховувати геометрію транспортувальної стрічки з отворами, параметри вакуумної та пневматичної систем, фізико-механічні властивості обкладинкових матеріалів і режими роботи обладнання, дозволяючи оцінити їхній комплексний вплив на точність і відтворюваність процесу.

Розроблення й верифікація математичної моделі процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки є необхідною передумовою для подальшої оптимізації конструкції пристроїв фальцювання та приклеювання клапанів, зменшення обсягу експериментальних налаштувань і підвищення якості та стабільності виготовлення інтегральних обкладинок у високопродуктивних потокових лініях.

Аналіз наукових публікацій у галузі поліграфічного обладнання,

транспортувальних систем та аеродинаміки листових матеріалів показує, що значна увага приділена моделюванню подачі аркушів, роботи вакуумних форграфів, присмоктувальних транспортерів і конвеєрів у друкарських та пакувальних машинах. У наявних роботах розглядаються розподіл розрідження у вакуумних камерах, вплив перфорації стрічок, стійкість руху тонких листів під дією повітряних потоків і сил тертя. Водночас специфіка розгортки інтегральних обкладинок з клапанами, які одночасно транспортуються з вакуумним утриманням, піддаються згинанню по евольвентній траєкторії та поетапному приклеюванню, у більшості відомих моделей не враховується. Немає узагальненого підходу, який кількісно пов'яже параметри вакуумного транспортування (розрідження, геометрію отворів, структуру опорної основи, режим руху) з критеріями стійкості положення розгортки та точністю її позиціонування в зоні фальцювання й приклеювання.

Актуальною проблемою залишається створення механіко-математичної моделі процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, яка б описувала формування сил вакуумного притиску та сил тертя, а також їхній вплив на лінійну й кутову стійкість заготовки при проходженні через зони фальцювання та приклеювання. Така модель має враховувати масо-габаритні характеристики розгортки, геометрію й параметри транспортувальної стрічки з отворами та нерухомої основи, характеристики вакуумної системи, а також збурювальні інерційні навантаження,



що виникають при розгоні, гальмуванні та нерівномірності руху.

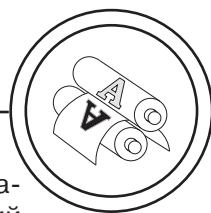
Побудована модель повинна, з одного боку, забезпечити можливість оцінювання режимів, за яких відбуваються зсув, поворот або відрив розгортки від стрічки, а з іншого — дозволити узгодити параметри вакуумного транспортування з роботою евольвентних фальцювальних планок і пневматичного притиску при приклеюванні клапанів. Врахування в єдиній розрахунковій схемі геометричних, силових і кінематичних чинників є необхідною передумовою для раціонального проектування та оптимізації пристроїв фальцювання і приклеювання клапанів інтегральних обкладинок, що працюють у високошвидкісних потокових лініях.

Аналіз попередніх досліджень

Сучасні дослідження у сфері вакуумного та аеродинамічного маніпулювання тонколистовими матеріалами зосереджені насамперед на підвищенні енергоефективності й надійності захоплення виробів. Як показано в роботі [1], математичне моделювання вакуумних захоплювачів для листових деталей дає змогу кількісно описати формування сил утримання й деформацію ущільнювальних елементів, а також оптимізувати параметри вакуумної системи з погляду енергоспоживання. Розвиток цього підходу простежується й у дослідженні [2], де створено модель цифрового двійника пневматичного вакуумного еджектора, що дозволяє прогнозувати динаміку створення розрідження та інтегрувати її в системи керування. Водночас

обидві роботи зосереджуються на локальних вузлах вакуумного хендлінгу; натомість процес безперервного вакуумного транспортування тонких картонних розгортки по перфорованій стрічці, їхня лінійна та кутова стійкість і точність позиціонування в зоні подальшої обробки залишаються практично не висвітленими.

Окремий напрям становлять дослідження, присвячені неконтактному транспортуванню на повітряній подушці та повітряно-подушковим конвеєрам. Згідно з результатами роботи [3], поєднання числового моделювання та експериментальних вимірювань тиску повітряної плівки під скляним листом на безконтактному конвеєрі дає змогу встановити зв'язок між розподілом тиску й деформацією листа. У статті [4] запропоновано вдосконалений метод розрахунку товщини повітряної плівки в повітряно-подушковому стрічковому конвеєрі, тоді як у дослідженні [5] проаналізовано тискове поле та навантажувальні характеристики цієї плівки. Авторами роботи [6] розроблено спеціальну конструкцію повітряно-подушкового конвеєра для транспортування сипких вантажів, а в публікації [7] проведено теоретичне та експериментальне дослідження тискового поля в похилій повітряній плівці. Хоча сукупність цих результатів формує розвинену методологію моделювання тискового поля й деформацій тонких об'єктів над перфорованими поверхнями, більшість робіт розглядають опорну повітряну подушку (надлишковий тиск), а не притиск вакуумом, і не враховують специфіку аркушевого паперу та кар-



тону з клапанами, які одночасно транспортуються, згинаються та приклеюються у складі інтегральної обкладинки.

До поліграфічної галузі безпосередньо належить дослідження [8], у якому проаналізовано процес витрат повітря в камері пневмомарзана ротаційного висікального модуля, інтегровано у стрічковий транспортувальний вузол для картонних розгортки. Запропонована там модель встановлює зв'язок між геометрією камери, параметрами повітряного потоку та режимами роботи й тим самим описує формування поля тиску в зоні обробки аркушевого матеріалу. Проте навіть у цьому випадку основна увага приділяється аеродинаміці вузла висікання, тоді як комплексний механіко-математичний опис вакуумного утримання та транспортування розгортки інтегральної обкладинки на перфорованій стрічці, з урахуванням сил ваги, тертя, інерційних навантажень і подальшого згинання та приклеювання клапанів, залишається поза межами розгляду.

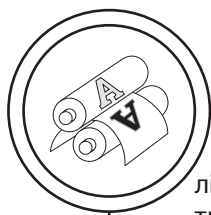
На рівні механіки стрічкових транспортерів суттєвий внесок зроблено в дослідженні [9], де проаналізовано динамічну поведінку стрічкового конвеєра з нерівномірним розподілом маси вантажу вздовж довжини. Побудована модель з урахуванням розподілених параметрів дозволяє оцінити вплив цих чинників на процес керування швидкістю. Своєю чергою, у роботі [10] розроблено конструктивну модель гумової конвеєрної стрічки та виконано аналіз її динамічних параметрів, що дає змогу враховувати деформаційні властивості стрічки при

інженерних розрахунках. Зазначені праці задають теоретичний базис для моделювання динаміки стрічкових систем, але орієнтовані головню на транспортування масивних або сипких вантажів і не розкривають особливостей руху тонких листових заготовок, чутливих до локальних деформацій, розряджень і коливань тиску на невеликих площах контакту.

Таким чином, наявні дослідження створюють важливу теоретичну базу для моделювання вакуумних елементів і джерел розрідження [1, 2], опису поведінки повітряних плівок і повітряно-подушкових конвеєрів [3–7], роботи окремих поліграфічних вузлів [8], а також аналізу динаміки та деформацій стрічкових транспортерів [9, 10]. Водночас у літературі відсутня інтегрована механіко-математична модель процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, яка б одночасно враховувала геометрію перфорованої стрічки та розгортки, параметри вакуумної й пневматичної систем, баланс сил притиску, тертя та інерційних навантажень і дозволяла сформулювати критерії лінійної та кутової стійкості та точності позиціонування в зонах фальцювання й приклеювання клапанів. Це й зумовлює потребу в подальшому розвитку механіко-математичного моделювання в означеному напрямі.

Мета і завдання роботи

Розробити механіко-математичну модель процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, яка кількісно описує формування сил утримання та тертя і дозволяє оцінити



лінійну та кутову стійкість розгортки, а також точність її поздовжнього позиціонування в зонах фальцювання та приклеювання.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання дослідження:

1. Проаналізувати технологічну схему виготовлення інтегральних обкладинок із вакуумним транспортуванням розгортки та виділити сукупність чинників, які визначають стійкість утримання й точність позиціонування (геометрія розгортки, масо-габаритні характеристики, параметри вакуумної системи, режими руху стрічки).

2. Розробити механіко-математичну модель вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, що описує взаємодію сил розрідження, ваги, тертя та інерційних навантажень і дає змогу сформулювати критерії лінійної та кутової стійкості руху розгортки.

3. Вивести розрахункові співвідношення для оцінювання поздовжнього зміщення розгортки відносно номінального положення під дією збурювальних прискорень, а також встановити умови забезпечення допустимих відхилень позиціонування в зоні фальцювання та приклеювання клапанів.

4. Дослідити вплив геометричних і режимних параметрів транспортувальної системи (діаметра й кроку отворів, рівня розрідження, швидкості та закону зміни швидкості руху стрічки) на величини коефіцієнтів запасу стійкості й точності позиціонування за допомогою числового моделювання.

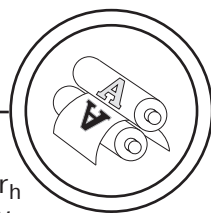
5. Сформулювати практичні рекомендації щодо раціонального вибору параметрів вакуумного транспортування для пристроїв фальцювання і приклеювання клапанів інтегральних обкладинок з метою забезпечення стабільної роботи обладнання та підвищення якості готових обкладинок.

Результати проведених досліджень

На першому етапі дослідження проаналізовано технологічну схему виготовлення інтегральних обкладинок із застосуванням вакуумного транспортування розгортки та виділено сукупність чинників, що визначають стійкість її утримання й точність позиціонування. До першочергових належать маса та геометричні розміри розгортки, конструкція транспортувальної стрічки й параметри перфорації (радіус і крок отворів, товщина стрічки), рівень розрідження у вакуумній камері, коефіцієнт тертя в парі «розгортка—стрічка», а також швидкісні й прискорювальні режими руху. Саме на основі врахування цих чинників побудовано подальшу механіко-математичну модель процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки.

У цьому розділі реалізовано поставлену мету — побудовано механіко-математичну модель процесу вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки транспортувальною стрічкою з отворами над нерухомою основою, з'єднаною з вакуумною магістраллю.

По-перше, формується геометрична та силова схема транспортувальної системи з урахуванням



конструкції перфорованої стрічки та положення розгортки на ній. По-друге, на основі цієї схеми виводяться рівняння для визначення рівнодійної сили вакуумного притиску та умов відсутності ковзання в поздовжньому напрямі. По-третє, формується система критеріїв кутової стійкості розгортки під дією асиметричних вакуумних та інерційних сил. По-четверте, встановлюються співвідношення, що зв'язують розрідження, геометричні та режимні параметри транспортувальної системи з допустимими відхиленнями позиціонування розгортки в зоні фальцювання.

Розглянемо плоску розгортку інтегральної обкладинки масою m , що транспортується із сталою швидкістю v гнучкою стрічкою товщиною Δ , яка має рівномірно

розташовані отвори радіуса r_h з кроком t_h (рис. 1). Стрічка рухається над жорсткою нерухомою основою з отворами, з'єднаними через вакуумну камеру з джерелом розрідження.

Пристрій вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки (рис. 1) виконано у вигляді замкненої транспортувальної стрічки 1, що огинає ведучий 4 та ведений 5 барабани і рухається зі швидкістю v . На верхній гілці стрічки розміщується розгортка інтегральної обкладинки 2, яка переміщується в напрямі подальших операцій фальцювання та приклеювання клапанів. У центральній частині верхньої гілки передбачено зону дії вакууму 3, над якою утворюється ділянка гарантованого притиску розгортки до стрічки.

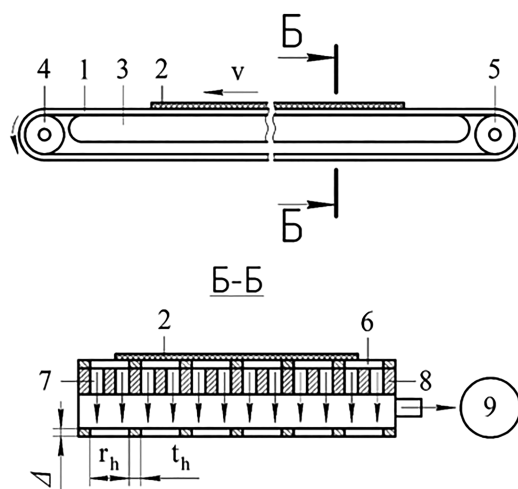
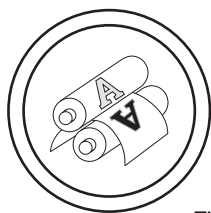


Рис. 1. Схема пристрою вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки: 1 — транспортувальна стрічка; 2 — розгортка інтегральної обкладинки; 3 — зона дії вакууму; 4 — ведучий барабан; 5 — ведений барабан; 6 — перфорована ділянка стрічки над вакуумною камерою; 7 — корпус вакуумної камери; 8 — фрагмент верхньої частини вакуумної камери; 9 — джерело розрідження (вакуумний насос/вентилятор); r_h — радіус отворів у стрічці; t_h — крок отворів; Δ — товщина стрічки



У перерізі Б–Б видно, що під транспортувальною стрічкою розташована вакуумна камера 7, закрита зверху перфорованою ділянкою стрічки 6. У тілі стрічки виконані отвори радіусом r_h і кроком t_h , через які розрідження з камери передається до нижньої поверхні розгортки 2, забезпечуючи рівномірний притиск по всій зоні контакту. Товщина транспортувальної стрічки позначена Δ і визначає, зокрема, жорсткість стрічки та гідродинамічний опір повітряного потоку крізь перфорацію. Вакуумна камера 8 з'єднана з джерелом розрідження 9 через патрубок, що дозволяє підтримувати заданий рівень вакууму під час транспортування.

Вводимо декартову систему координат: вісь x спрямована вздовж напрямку руху стрічки, вісь y — поперек, вісь z — нормаль до площини стрічки, спрямована вгору. Центр мас розгортки позначимо через O_c .

Для побудови моделі приймаються такі основні допущення:

- процес транспортування розглядається в квазістаціонарній постановці;

- розподіл розрідження у вакуумній камері вважається рівномірним, тобто

$$p_{vac} = \text{const};$$

- товщина розгортки істотно менша за її габаритні розміри, тому її можна розглядати як тонку пластину;

- деформаціями стрічки та заготовки в напрямі, перпендикулярному до площини транспортування, знехтувано на етапі опису утримання (вони враховуються в інших розділах моделі при згині клапанів);

- сили опору повітря беремо до уваги у вигляді зведеного збурювального навантаження.

За цих допущень основним чинником, що забезпечує відсутність відриву та зсуву розгортки відносно стрічки, є рівнодіюча сила вакуумного притиску та сили тертя в площині контакту.

Нехай різниця між атмосферним тиском p_{atm} та у вакуумній камері p_{vac} дорівнює

$$\Delta p = p_{atm} - p_{vac}. \quad (1)$$

У зоні контакту розгортки зі стрічкою ефективна площа дії вакууму визначається сумарною площею отворів, що перекриті заготовкою. Якщо в даній зоні під розгорткою знаходиться n отворів радіуса r_h , то

$$A_{ef} = n\pi r_h^2. \quad (2)$$

Вислідна сила вакуумного притиску, спрямована донизу до осі $z < 0$, становить

$$F_{vac} = \Delta p A_{ef}. \quad (3)$$

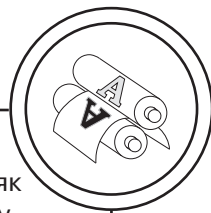
У реальних умовах частина отворів може бути частково перекрита, а також можливі витoki крізь зазори між стрічкою та основою. Тому доцільно врахувати коефіцієнт ефективності вакуумного утримання $\eta_v \in (0; 1]$, який узагальнює втрати тиску:

$$F_{vac}^* = \eta_v \Delta p A_{ef}. \quad (4)$$

Нормальна реакція опорної поверхні на розгортку дорівнює

$$N = F_{vac}^* + G, \quad G = mg, \quad (5)$$

де G — вага розгортки, g — прискорення вільного падіння. У більшості випадків при достатньому розрідженні виконується $F_{vac}^* \gg G$,



тому масою можна знехтувати при оцінюванні нормальної сили (але її зручно залишити для загальності).

Тангенціальна сила тертя в площині контакту (уздовж осі x) визначається як

$$F_{fr} = \mu N, \quad (6)$$

де μ — коефіцієнт тертя між матеріалом розгортки та поверхнею стрічки.

З іншого боку, під час зміни режимів (розгону, гальмування, проходження зони фальцювання) на розгортку діє збурювальна інерційна сила

$$F_{in} = ma_x, \quad (7)$$

де a_x — миттєве прискорення руху розгортки вздовж осі x . Для стійкого без зсувного транспортування має виконуватися умова

$$F_{fr} \geq F_{in}, \quad (8)$$

або, з урахуванням (5)–(7),

$$\mu(\eta_v \Delta p A_{ef} + mg) \geq ma_x. \quad (9)$$

З (9) впливає необхідна умова щодо мінімального розрідження:

$$\Delta p \geq \frac{ma_x / \mu - mg}{\eta_v A_{ef}}. \quad (10)$$

Якщо припустити, що $F_{vac}^* \gg G$, то (10) спрощується до

$$\Delta p \gtrsim \frac{ma_x}{\mu \eta_v A_{ef}}. \quad (11)$$

Рівняння (10)–(11) пов'язують геометричні параметри транспортної системи r_h , t_h , n , режимні параметри a_x та фізико-механічні властивості системи m , μ із необхідним рівнем розрідження

Δp . Графік (рис. 2) показує як при наростанні розгонів/гальмувань швидко ростуть вимоги до розрідження.

На рис. 2 наведено залежність мінімально необхідного розрідження Δp_{min} у вакуумній системі від прискорення транспортної стрічки a_x , розраховану за спрощеною формулою (11) для трьох значень коефіцієнта тертя $\mu = 0,25$; $0,35$; $0,45$. По осі абсцис відкладено прискорення стрічки a_x , м/с² (діапазон 0–40), по осі ординат — мінімальне розрідження Δp_{min} , кПа.

Кожна з трьох кривих відповідає своєму значенню коефіцієнта тертя μ , що дозволяє оцінити, як зміна умов контакту «розгортка—стрічка» впливає на вимоги до рівня вакууму при заданих режимах розгону/гальмування.

Отримані співвідношення (10)–(11) реалізують одне з важливих завдань дослідження — встановлення зв'язку між мінімально необхідним розрідженням у вакуумній системі та конструктивними й режимними параметрами транспортівального механізму. Фактично ці рівняння задають аналітичну залежність

$$\Delta p_{min} = f(m, \mu, a_x, n, r_h),$$

яка показує, як зміна маси розгортки, коефіцієнта тертя, дозволених прискорень розгону/гальмування, кількості та розмірів отворів відображається на вимогах до рівня розрідження. Це дозволяє на етапі проектування задавати раціональні параметри вакуумної магістралі й геометрії перфорації стрічки для конкретних форматів обкладинок та швидкісних режимів роботи пристрою.

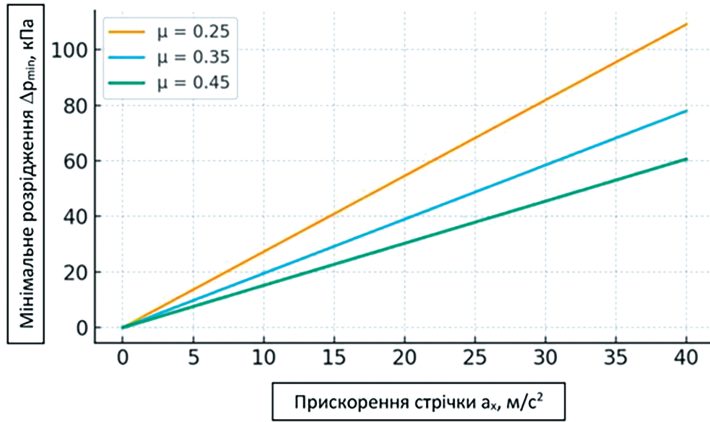


Рис. 2. Залежність мінімального розрідження від прискорення для різних коефіцієнтів тертя μ

На рис. 3 показано залежність мінімально необхідного розрідження $\Delta p_{\min}$ у вакуумній системі від кількості отворів n , розташованих під розгорткою інтегральної обкладинки, для трьох значень радіуса отворів $r_h = 0,5; 1,0; 1,5$ мм. По осі абсцис відкладено кількість отворів n під розгорткою (діапазон 5–35), по осі ординат — мінімальне розрідження $\Delta p_{\min}$, кПа.

Розрахунки виконано для таких параметрів моделі: $m = 0,03$ кг; $a_x = 20$ м/с²; $\mu = 0,35$; $\eta_{\text{vac}} = 0,7$. Криві, що відповідають різним

значенням r_h , демонструють, як збільшення кількості отворів та їхнього радіуса дає змогу зменшити необхідний рівень розрідження для забезпечення стійкого утримання розгортки.

Для зручності аналізу вводиться коефіцієнт запасу стійкості утримання

$$K_{\text{st}} = \frac{\mu(\eta_{\text{vac}} \Delta p A_{\text{еф}} + mg)}{ma_x}, \quad (12)$$

при цьому умова стійкого транспортування записується як

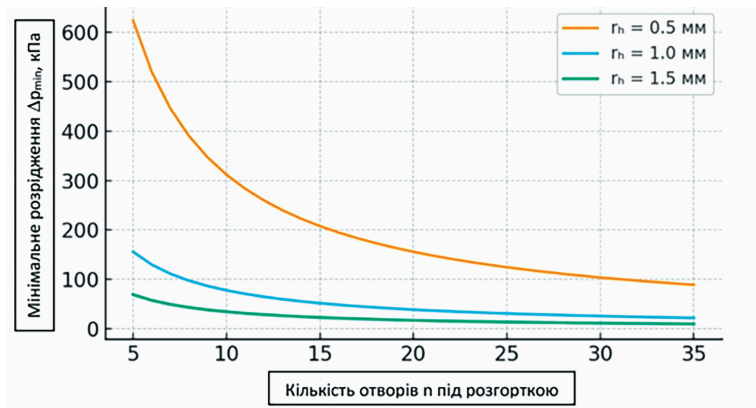
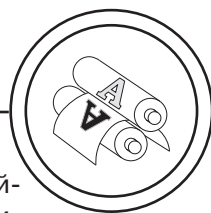


Рис. 3. Залежність $\Delta p_{\min}$ від кількості отворів і радіуса отворів



$$K_{st} \geq 1. \quad (13)$$

На практиці доцільно вимагати виконання нерівності

$$K_{st} \geq K_{st}^{min}, \quad (14)$$

де $K_{st}^{min}=2\div3$ задає бажаний запас, що забезпечує стійку роботу пристрою при випадкових збуреннях (нерівномірність клейового шару, мікронерівності поверхні, флуктуації тиску у вакуумній камері тощо).

На рис. 4 наведено залежність коефіцієнта запасу стійкості утримання K_{vac} від рівня розрідження Δp для трьох значень прискорення стрічки $a_x = 5; 15; 30$ м/с². По осі абсцис відкладено рівень розрідження Δp , кПа (діапазон 0–30), по осі ординат — коефіцієнт запасу стійкості утримання K_{vac} (безрозмірний). Розрахунки виконано для таких параметрів: $m = 0,03$ кг; $\mu = 0,35$; $\eta_{vac} = 0,7$; $n = 20$; $r_h = 1,0$ мм.

Розрахункові значення коефіцієнта запасу стійкості утримання K_{vac} для різних комбінацій рівня розрідження Δp та прискорення стрічки a_x , отримані за формулою (12), зведено в табл.

Як видно з табл., зі зростанням рівня розрідження Δp коефіцієнт K_{vac} збільшується, тоді як підвищення прискорення a_x призводить до зменшення запасу стійкості утримання. Для наочного відображення виявлених закономірностей залежність K_{vac} (Δp) для різних значень a_x подано на рис. 4.

Запровадження коефіцієнта запасу стійкості утримання K_{vac} узгоджується з інженерною постановкою задачі й дозволяє перейти від перевірки одиничного

режиму до аналізу запасу надійності в усьому діапазоні можливих збурень. Для заданих параметрів розгортки й стрічки, а також для очікуваних прискорень $a_x(t)$, за співвідношеннями (12)–(14) можна обчислити фактичне значення K_{vac} і порівняти його з нормативним.

Якщо умова $K_{vac} \geq K_{vac}$, доп не виконується, це означає необхідність корекції конструкції (зміни діаметра й кількості отворів, збільшення ефективної площі контакту) або режимів роботи (зниження максимальних прискорень,

Значення коефіцієнта запасу стійкості утримання K_{vac} залежно від рівня розрідження Δp та прискорення стрічки a_x

Δp , кПа	a_x , м/с ²	K_{vac}
0	5	0,687
0	15	0,229
0	30	0,114
5	5	1,200
5	15	0,400
5	30	0,200
10	5	1,713
10	15	0,571
10	30	0,285
15	5	2,226
15	15	0,742
15	30	0,371
20	5	2,739
20	15	0,913
20	30	0,457
25	5	3,252
25	15	1,084
25	30	0,542
30	5	3,765
30	15	1,255
30	30	0,628

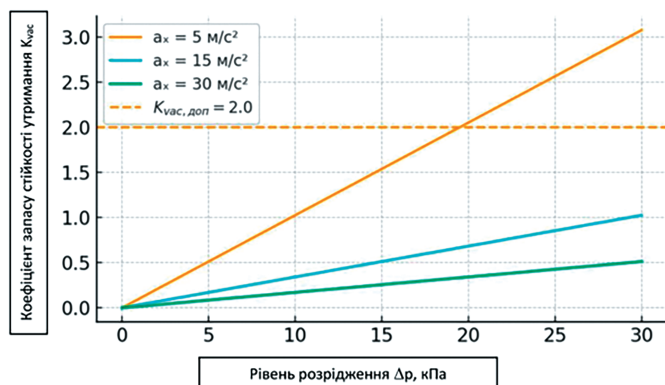
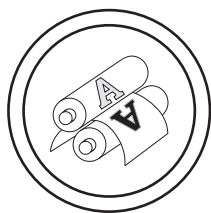


Рис. 4. Залежність коефіцієнта запасу стійкості утримання K_{vac} від рівня розрідження $\Delta\rho$ для різних значень прискорення стрічки a_x ; пунктирною лінією показано мінімально допустимий запас $K_{vac, доп} = 2,0$

зміна швидкісного профілю розгону/гальмування). Таким чином, модель дає кількісні рекомендації щодо забезпечення стійкого утримання розгортки.

Окрім умови відсутності ковзання в поздовжньому напрямі, важливим є забезпечення кутової стійкості розгортки, тобто недопущення її повороту відносно центру мас під дією асиметричних сил. Така асиметрія може виникати через нерівномірне розташування отворів, локальні сили згину клапанів, дії виправних елементів тощо.

Позначимо через F_i локальні сили вакуумного притиску, що діють у точках з радіус-векторами r_i відносно центра мас O_c . Тоді момент відносно центра мас дорівнює

$$M_{vac} = \sum_{i=1}^n r_i \times F_i. \quad (15)$$

За симетричного розподілу отворів і однорідного розрідження запас кутової стійкості визначається з умови, що приведений

вакуумний момент M_{vac} перевищує збурювальний момент M_{dist} , який створюється силами згину клапанів, дією повітряного потоку, нерівномірним тертям:

$$M_{vac} \geq M_{dist}. \quad (16)$$

Аналогічно до (12) можна ввести коефіцієнт запасу кутової стійкості

$$K_\phi = \frac{M_{vac}}{M_{dist}}, \quad (17)$$

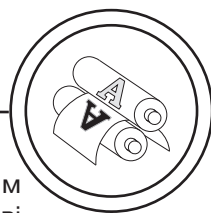
для якого вимагається

$$K_\phi \geq K_\phi^{min}. \quad (18)$$

Величина K_ϕ^{min} вибирається

з урахуванням допустимих кутових відхилень розгортки від номінального положення в зоні фальцювання та приклеювання.

Співвідношення (16)–(18) реалізують завдання кількісного опису кутової стійкості розгортки під час транспортування. Умови $M_{vac} \geq M_{dist}$, $K_\phi \geq K_\phi^{доп}$ окреслюють область параметрів, у якій асиметричні дії — згинальні зу-



силля від профільних фальцювальних планок, локальні сили від потоку повітря, нерівномірний розподіл тертя — не призводять до повороту розгортки понад допустимий кут. Це дає можливість уже на етапі проєктування задати верхні межі збурювальних моментів, які можуть виникати в зоні фальцювання та приклеювання, і відповідним чином підібрати геометрію перфорації, рівень розрідження та контурування зони дії вакууму.

Графічна інтерпретація залежності коефіцієнта запасу кутової стійкості від рівня розрідження для різних сценаріїв збурювальних моментів наведена на рис. 5. Показано залежність коефіцієнта запасу кутової стійкості розгортки K_ϕ від рівня розрідження Δp для трьох сценаріїв збурювальних моментів: симетричного навантаження згину клапанів, асиметричного згинання та згину з додатковим збуренням від повітряного потоку. Зі зростанням Δp значення K_ϕ монотонно збільшується, однак для сцена-

ріїв з більшим збурювальним моментом M_{dist} отримані криві розташовані нижче, що відображає зменшення запасу кутової стійкості. Пунктирною лінією позначено мінімально допустиме значення $K_{\phi, доп} = 2,0$, яке задає вимоги до рівня розрідження для кожного сценарію навантаження з точки зору запобігання повороту розгортки відносно поздовжньої осі.

Важливим показником є також поздовжнє позиціонування розгортки відносно зони фальцювання. Нехай поздовжнє зміщення центра мас розгортки відносно номінального положення дорівнює Δx . За умови однорідного руху стрічки без ковзання $\Delta x = 0$. У присутності випадкових збурень (змінне a_x , малі локальні прослизання) очікуване зміщення можна оцінити як

$$\Delta x \approx \int_0^{t_f} \left(v_{sheet}(t) - v_{belt}(t) \right) dt, \quad (19)$$

де t_f — час транспортування до зони фальцювання, v_{sheet} та v_{belt} —

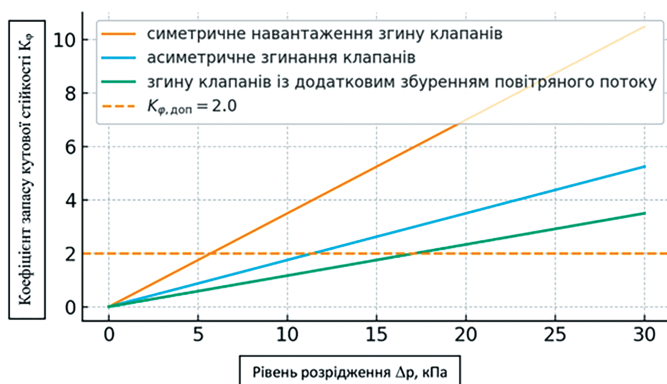
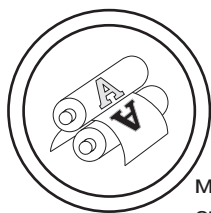


Рис. 5. Залежність коефіцієнта запасу кутової стійкості розгортки K_ϕ від рівня розрідження Δp для різних сценаріїв збурювальних моментів; пунктирною лінією показано мінімально допустимий запас $K = 2,0$



миттєві швидкості розгортки та стрічки відповідно. Розрізняючи ковзання, допустимо вважати, що відносне ковзання пропорційне відношенню інерційних сил до сил тертя, тобто

$$\begin{aligned} v_{\text{sheet}}(t) - v_{\text{belt}}(t) &\sim \\ &\sim \frac{F_{\text{in}}(t)}{F_{\text{fr}}(t)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Підставляючи (6), (7) у (20), маємо

$$\begin{aligned} v_{\text{sheet}}(t) - v_{\text{belt}}(t) &\sim \\ &\sim \frac{ma_x(t)}{\mu(\eta_v \Delta p A_{\text{ef}} + mg)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Тоді, з урахуванням (21), оцінка максимального поздовжнього зміщення набуває вигляду

$$|\Delta x| \lesssim \int_0^{t_f} \frac{m|a_x(t)|}{\mu(\eta_v \Delta p A_{\text{ef}} + mg)} dt. \quad (22)$$

З технологічної точки зору має бути виконана умова

$$|\Delta x| \leq \Delta x_{\text{доп}}, \quad (23)$$

де $\Delta x_{\text{доп}}$ — допустиме поздовжнє відхилення позиції фальців відносно фальцювальних планок, що задається конструктивними допусками на розміщення клапанів і клейових зон.

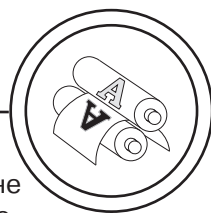
На рис. 6 наведено залежність максимального поздовжнього зміщення розгортки Δx_{max} від часу транспортування до зони фальцювання t_f для трьох рівнів розрідження $\Delta p = 15; 20; 25$ кПа. Видно, що зі збільшенням часу перебування розгортки на ділянці з прискореним рухом зміщення Δx_{max}

зростає практично лінійно, тоді як підвищення рівня розрідження призводить до зменшення величини зміщення за рахунок збільшення сил притиску та, відповідно, ефективного тертя в парі «розгортка—стрічка». Це узгоджується зі співвідношеннями (19)–(22) і підтверджує можливість керування точністю позиціонування розгортки шляхом одночасної оптимізації часових параметрів транспортування та рівня вакууму.

Оцінка максимального поздовжнього зміщення Δx за формулами (19)–(22) безпосередньо пов'язує параметри руху транспортувальної стрічки з вимогами до точності розташування фальців. Нерівність (23) інтерпретується як умова сумісності динамічних режимів машини (профілю швидкості та прискорень) із конструктивними допусками на положення клапанів і клейових зон. Таким чином, виконується ще одне з поставлених завдань дослідження — забезпечення заданої точності позиціонування розгортки в зоні взаємодії з фальцювальними планками для формування геометрично правильної інтегральної обкладинки.

На практичному рівні це означає, що система умов (13), (14), (18), (23) задає область допустимих значень параметрів Δp , A_{ef} , μ , $a_x(t)$, яка забезпечує стійке вакуумне утримання, кутову стійкість і точне позиціонування розгортки інтегральної обкладинки в транспортувальній підсистемі пристрою.

Сукупність отриманих співвідношень і критеріїв забезпечує досягнення поставленої мети дослідження — побудови механіко-математичної моделі процесу



вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, придатної для інженерного проектування й оптимізації конструкції пристрою. На основі цієї моделі можна розробляти алгоритми вибору параметрів вакуумної та пневматичної систем, перфорації стрічки та кінематичних режимів роботи машини з урахуванням вимог до стійкості утримання, кутової стійкості та точності позиціонування розгортки в зоні фальцювання й приклеювання клапанів.

На основі отриманої механіко-математичної моделі та результатів розрахунків можна сформулювати низку практичних рекомендацій щодо проектування вакуумної транспортувальної підсистеми. По-перше, при заданих масі розгортки та швидкісних/прискорювальних режимах роботи пристрою рівень розрідження Δp і параметри перфорації стрічки (r_h , t_h , n) доцільно вибирати так, щоб забезпечувалася умова $K_{vac} \geq K_{vac, \text{доп}}$, причому збільшення числа отворів і їхнього радіуса

дозволяє зменшити необхідне розрідження. По-друге, для запобігання повороту розгортки в зоні дії вакууму параметри розподілу отворів та конфігурацію камер слід узгоджувати з максимально можливими збурювальними моментами згину клапанів та аеродинамічних впливів, забезпечуючи виконання умови $K_\phi \geq K_{\phi, \text{доп}}$. По-третє, профіль розгону та гальмування стрічки необхідно обмежувати з урахуванням оцінки максимального поздовжнього зміщення Δx , гарантуючи виконання нерівності $\Delta x \leq \Delta x_{\text{доп}}$, що пов'язана з допусками на положення клапанів і клейових зон. Дотримання цих умов дає змогу на етапі проектування цілеспрямовано підбирати параметри вакуумної системи та перфорованої стрічки й тим самим підвищувати стійкість утримання розгортки та точність її позиціонування у фальцювально-клейовому модулі.

Висновки

1. На основі аналізу технологічної схеми виготовлення інтегральних

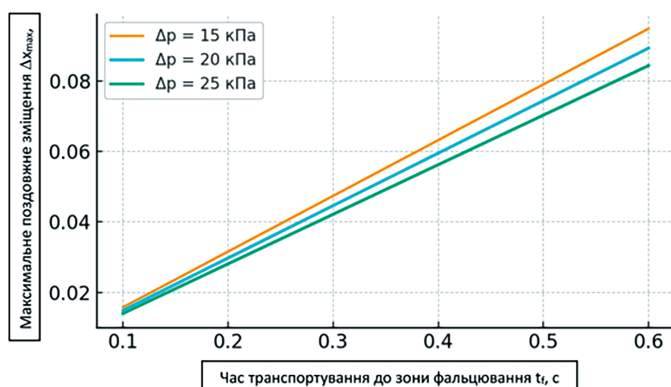
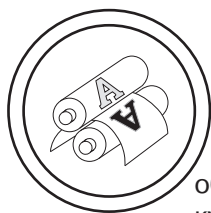


Рис. 6. Залежність максимального поздовжнього зміщення розгортки Δx_{max} від часу транспортування до зони фальцювання t_f для різних рівнів розрідження Δp



обкладинок із застосуванням вакуумного транспортування розгорток виділено сукупність чинників, що визначають стійкість утримання та точність позиціонування: масо-габаритні характеристики розгортки, геометрія та перфорація транспортувальної стрічки, параметри вакуумної камери та режими руху стрічки. Це дало змогу сформулювати узагальнену геометричну й силову схему процесу як базу для подальшого механіко-математичного моделювання.

2. Розроблено механіко-математичну модель вакуумного транспортування розгортки інтегральної обкладинки, яка враховує дію сил розрідження, ваги, тертя та інерційних навантажень. На основі цієї моделі отримано аналітичні співвідношення для мінімально необхідного рівня розрідження $\Delta p_{\min}$ і введено критерії лінійної та кутової стійкості руху у вигляді коефіцієнтів запасу K_{vac} та K_{φ} .

3. Виведено розрахункові співвідношення для оцінювання максимального поздовжнього зміщення розгортки $\Delta x_{\max}$ під дією збурювальних прискорень та сформульовано умову сумісності динамічних режимів транспортування з конструктивними допусками на позиціонування $\Delta x \leq \Delta x_{\text{доп}}$. Показано, що зміщення зростає зі збільшенням часу перебування на ділянці з прискореним рухом,

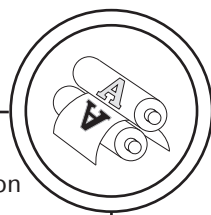
однак може бути знижене за рахунок підвищення рівня розрідження й відповідного збільшення сил притиску та ефективного тертя.

4. За допомогою числового моделювання досліджено вплив геометричних (діаметр і крок отворів, кількість отворів під розгортою) та режимних параметрів транспортувальної системи (рівень розрідження, прискорення, час транспортування) на величини $\Delta p_{\min}$, K_{vac} , K_{φ} і $\Delta x_{\max}$. Встановлено, що збільшення кількості та радіуса отворів дозволяє зменшити необхідне розрідження, тоді як зростання прискорень і збурювальних моментів вимагає підвищення вакууму або оптимізації геометрії перфорації для збереження необхідного запасу стійкості.

5. На основі отриманих аналітичних залежностей і результатів моделювання сформульовано практичні рекомендації щодо раціонального вибору рівня розрідження, параметрів перфорованої транспортувальної стрічки та профілю прискорень. Виконання умов $K_{vac} \geq K_{vac, \text{доп}}$, $K_{\varphi} \geq K_{\varphi, \text{доп}}$ та $\Delta x \leq \Delta x_{\text{доп}}$ забезпечує стійке утримання розгортки, кутову стійкість і задану точність позиціонування в зонах фальцювання й приклеювання клапанів, що сприяє підвищенню стабільності роботи обладнання та якості готових обкладинок.

References/Список використаної літератури

1. Gabriel, F., Fahning, M., Meiners, J., Dietrich, F., & Dröder, K. (2020). Modeling of vacuum grippers for the design of energy efficient vacuum-based handling processes. *Production Engineering*, 14, 545–554. <https://doi.org/10.1007/s11740-020-00990-9> [in English].



2. Stegmaier, V., Schaaf, W., Jazdi, N., & Weyrich, M. (2023). Simulation model for digital twins of pneumatic vacuum ejectors. *Chemical Engineering & Technology*, 46(1), 71–79. <https://doi.org/10.1002/ceat.202200358> [in English].

3. Yang, R., Zhong, W., Wang, R., Li, C., & Fang, J. (2020). Integration of measurement and simulation of film pressure for estimating deformation of a glass sheet on a noncontact air conveyor. *Mechanical Engineering Science*, 2(2), 35–42. <https://doi.org/10.33142/mes.v2i2.3164> [in English].

4. Song, B., Chen, H., Sun, L., Xu, K., & Ren, X. (2024). Improved method for the calculation of the air film thickness of an air cushion belt conveyor. *Materials*, 17(23), 6020. <https://doi.org/10.3390/ma17236020> [in English].

5. Zhang, B., Meng, W., & Zhang, H. (2022). Research on the pressure field and loading characteristics of air film of air cushion belt conveyor. *AIP Advances*, 12(9), 095123. <https://doi.org/10.1063/5.0111304> [in English].

6. Sarsenova, G., Joldassova, K., & Sultanaliev, B. (2024). Research and development of a special air-cushion conveyor design for the transportation of bulk cargoes. *Communications — Scientific Letters of the University of Žilina*, 26(4), B244–B251. <https://doi.org/10.26552/com.C.2024.045> [in English].

7. Yu, X., & Li, X. (2021) Theoretical modeling and experimental study of pressure fields of inclined airflow film. *Precision Engineering*, 67, 14–23. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2020.09.014> [in English].

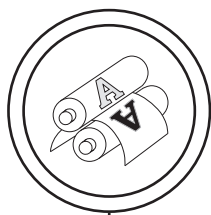
8. Ivanko, A. I., & Pasichnyk, V. P. (2020). Modeliuvannia protsesu vytrat povi-tria u kameri pnevmomarzana rotatsiinoho vysikalnoho modulia [Modeling of the Air Consumption Process in a Camera of a Rotary Cut-Off Module]. *Tekhnolohiia i tekhnika drukarstva*, 1–2(67–68), 29–37. [https://doi.org/10.20535/2077-7264.1-2\(67-68\).2020.205764](https://doi.org/10.20535/2077-7264.1-2(67-68).2020.205764) [in Ukrainian].

9. Zeng, F., Yan, C., Wu, Q., & Wang, T. (2020). Dynamic behaviour of a conveyor belt considering non-uniform bulk material distribution for speed control. *Applied Sciences*, 10(13), 4436. <https://doi.org/10.3390/app10134436> [in English].

10. Chen, H., & Liu, S. (2023). Establishment of constitutive model and dynamic parameter analysis of rubber conveyor belt. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 61(2), 365–378. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl/163246> [in English].

Petro Kyrychok, Doctor in Engineering Sciences, Professor, National Technical University of Ukraine ‘Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute’, <https://orcid.org/0000-0002-4692-6867>.

*Corresponding author: **Dmytro Paliukh**, Postgraduate student, National Technical University of Ukraine ‘Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute’, paluhdmi@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0007-6697-2274>.

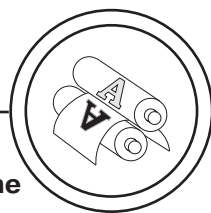


Mechanico-Mathematical Modeling of the Vacuum Conveying Process of an Integral Cover Blank

Object of research is the process of vacuum conveying of an integral cover blank on a perforated conveyor belt in the feeding zone of the folding–gluing module. The subject of research is the set of mechanical-mathematical relationships describing the interaction of suction forces, weight, friction and inertial loads during acceleration and deceleration of the belt, as well as their influence on the holding stability and positional accuracy of the blank. The aim of the work is to develop a consistent mechanical–mathematical model of vacuum conveying that provides a quantitative assessment of the conditions for stable holding of the integral cover blank and compliance with the positioning tolerances in the folding and flap gluing zones.

To achieve this aim, a geometric and force scheme of vacuum conveying was constructed. Analytical relations for the minimum required vacuum level $\Delta p_{\min}$ were derived taking into account the mass of the blank, friction coefficient, number, radius and pitch of the perforation holes in the belt, as well as the acceleration of motion. Dimensionless safety factors of linear and angular stability, K_{vac} and K_{φ} , were introduced together with design relationships for the maximum longitudinal displacement $\Delta x_{\max}$ under disturbing accelerations. Numerical simulations were performed to investigate the influence of geometrical parameters (diameter, pitch and number of holes, effective perforation area) and operating parameters (vacuum level, acceleration and duration of the acceleration stage) on $\Delta p_{\min}$, K_{vac} , K_{φ} and $\Delta x_{\max}$.

It has been established that increasing the effective perforation area due to a higher number and radius of holes makes it possible to reduce the required vacuum level, whereas an increase in accelerations and disturbing moments (flap bending, aerodynamic actions) requires higher vacuum or optimization of the hole layout in order to maintain the target stability margin. It is shown that the maximum longitudinal displacement $\Delta x_{\max}$ increases with the time spent on the accelerated motion section, but can be limited to an acceptable level by a rational combination of the velocity profile and vacuum level. The proposed system of dimensionless criteria (safety factors K_{vac} , K_{φ} and the condition $\Delta x \leq \Delta x_{\text{allow}}$) makes it possible to determine the admissible range of operating parameters for the vacuum conveying system.



The scientific novelty of the work lies in the fact that, for the first time, an integrated mechanical–mathematical model of vacuum conveying of an integral cover blank is proposed, which simultaneously takes into account holding forces, disturbing moments and longitudinal inertial loads, and formulates consistent criteria of linear and angular stability and positioning accuracy. The practical value of the results is that the obtained relationships and criteria can be used in the engineering design of vacuum conveying subsystems of folding–gluing modules for integral covers in order to ensure stable holding of blanks, reduce the number of defects and improve the quality of finished products.

Keywords: integral cover; vacuum conveying; perforated conveyor belt; mechanical-mathematical modelling; holding stability; angular stability; longitudinal displacement.

Надійшла до редакції/Received: 08.11.25

Рецензія/Peer review: 28.11.25

Опубліковано/Printed: 16.12.25