

УДК 621.867.3

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ПУСКУ ПРИВОДНОГО МЕХАНІЗМУ ЗА КРИТЕРІЄМ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНОГО ВІДХИЛЕННЯ ПРИСКОРЕНЬ

© В. С. Ловейкін, д.т.н., професор, В. А. Бортун, аспірант,
Національний університет біоресурсів і природо-
користування України, Київ, Україна

Приведен способ уменьшения колебаний элементов ленточных ковшовых элеваторов во время переходных процессов путем оптимизации режима пуска приводного механизма по критерию среднеквадратичного отклонения ускорений.

The way of the belt bucket elevators elements oscillations reduction, during transients by means of the driving mechanism start-up mode optimization by a root-mean-square deviation of acceleration criterion has been resulted.

Постановка проблеми

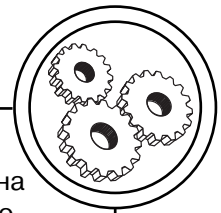
Під час роботи ківшового елеватора, особливо на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування або стопоріння), в елементах конвеєра виникають коливання, що призводить до підвищення динамічних навантажень в елементах приводного механізму та тягового органу. Це сприяє накопиченню втомних напружень в конструкції елеватора і, як наслідок, передчасному його руйнуванню, ускладнює технологічний процес перевантаження сипких матеріалів (осипання, пошкодження тощо) та негативно впливає на безпечну експлуатацію конвеєра в цілому.

Вирішення цієї проблеми можливе шляхом оптимізації режиму руху ківшового елеватора на ділянках перехідних процесів, що дозволить мінімізувати коливання елементів конструкції.

Аналіз попередніх досліджень

Для оптимізації режимів руху механічних систем використовують різні математичні методи: динамічного програмування [1], принципу максимуму [2], варіаційного числення [4, 5] тощо.

Принцип максимуму Л. С. Понтрягіна особливо важливий у системах управління з максимальною швидкістю і мінімальною витратою енергії, де застосовується керування релейного типу, яке приймає крайні, а не проміжні значення на допустимому інтервалі керування [2, 3]. Використання такого методу більш характерне для вантажопідйомних машин при перевантажувальних операціях, а ніж для конвеєрних систем. Основним недоліком принципу є релейний характер зміни керуючого зусилля, що може спричинювати значні



динамічні навантаження в елементах приводного механізму та конструкції.

Найбільш доцільним методом для усунення коливань в елементах ківшового елеватора є варіаційне числення [5], так як при вирішенні задачі у кінцевому результаті отримуємо плавні функції зміни кінематичних характеристик.

Мета роботи

Полягає в зменшенні коливань елементів ківшового елеватора шляхом оптимізації режиму пуску приводного механізму за критерієм середньоквадратичного відхилення прискорень.

Результати проведених досліджень

Для оптимізації режиму пуску ківшового елеватора використано тримасову динамічну модель (рис. 1). На цьому рисунку прийняті такі позначення: m_1 — зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра маса приводного механізму, половина незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки та приводного барабана; m_2 — зведена до осі тягового органу маса завантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки; m_3 — зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра маса іншої половини незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки та натяжного барабана; x_1, x_2, x_3 — координати центрів мас відповідно m_1, m_2, m_3 , які прийняті за узагальнені координати; F_p — рушійна сила приводного механізму, зведена до осі тягового органу на робочій гілці конвеєра; F_o —

зачерпування вантажу зведена до осі тягового органу на робочій гілці; G_o — вага незавантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки; G — вага завантажених ковшів з відповідною довжиною стрічки; c — жорсткість половини стрічки на робочій гілці.

Використовуючи для даної динамічної моделі принцип д'Аламбера, отримуємо систему диференціальних рівнянь руху ківшового елеватора

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= F_p + \frac{G_o}{2} - \\
 &- c(x_1 - x_2); \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= c(x_1 - x_2) - \\
 &- c(x_2 - x_3) - G; \\
 m_3 \ddot{x}_3 &= c(x_2 - x_3) + \\
 &+ \frac{G_o}{2} - F_o.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Тут сила опору визначається залежністю [6]

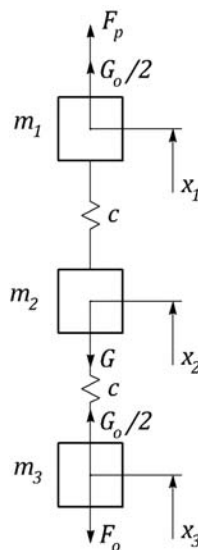
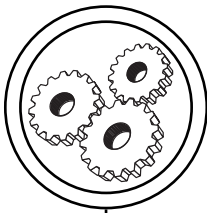


Рис. 1. Розрахункова модель ківшового елеватора



$$F_0 = f m_{\text{кл}} \frac{\dot{x}_3}{R_2} R_3, \quad (2)$$

де f — коефіцієнт, який враховує втрати на тертя, $m_{\text{кл}}$ — маса клина, який виникає перед ковшем при зачерпуванні матеріалу.

З третього рівняння системи (1) виразимо координату центра мас зведених мас ковшів з вантажем через координату x_3

$$x_2 = x_3 + \frac{m_3}{c} \ddot{x}_3 + \frac{F_0 - G_0}{c}. \quad (3)$$

Візьмемо першу та другу похідні за часом з виразу (2) при умові, що $F_0 = 0$, в результаті чого будемо мати:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x}_3 + \frac{m_3}{c} \ddot{x}_3; \\ \ddot{x}_2 &= \ddot{x}_3 + \frac{m_3}{c} \text{IV} \ddot{x}_3. \end{aligned} \quad (4)$$

За критерій оптимальності руху ківшового елеватора можуть бути використані кінематичні, динамічні, або комплексні інтегральні критерії [5]. У якості кінематичного критерію використаємо середньоквадратичне відхилення прискорень центрів мас зведених мас m_2 та m_3 протягом пуску конвеєра.

$$I_{23} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

де t_1 — тривалість процесу пуску, $(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)^2$ — середньоквадратичне відхилення прискорень.

Використовуючи другу залежність системи (4), отримаємо кінцевий вираз критерію (5)

$$I_{23} = \left[\frac{m_3^2}{c^2 t_1} \int_0^{t_1} \dot{x}_3^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Мінімізувати критерій (6) можна шляхом мінімізації лише його інтегральної частини, оскільки параметри m_3 , c і t_1 за період пуску залишаються постійними величинами.

Умовою мінімуму інтегральної частини критерію (6) є рівняння Ейлера-Пуассона [7], які дають диференціальне рівняння восьмого порядку

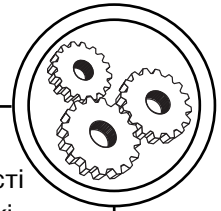
$$\text{VIII} \quad \ddot{\ddot{x}}_3 = 0. \quad (7)$$

Розв'язати таке рівняння зручно у програмі Mathematica 8.0, яка дозволяє шукати символічні розв'язки диференціальних рівнянь [8]. Для знаходження необхідної функції задамо початкові та кінцеві умови руху:

$$\begin{cases} x_2 = x_3 = 0; \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0, \\ \text{при } t = 0; \\ x_2 = x_3; \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = v; \\ \ddot{x}_2 = \ddot{x}_3, \text{ при } t = t_1; \end{cases} \quad (8)$$

де v — лінійна швидкість руху стрічки на ділянці усталеного руху.

Використавши залежності (3) і (4), зведемо систему крайових умов (8) до однієї координати x_3 та її похідних, у результаті чого будемо мати:



$$\begin{cases} x_3 = 0; \dot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0; \\ \ddot{x}_3 = 0, \text{ при } t = 0; \\ \dot{x}_3 = v; \ddot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0; \\ x_3 = 0, \text{ при } t = t_1. \end{cases} \quad (9)$$

Опустимо проміжні перетворення і запишемо функцію, яка є розв'язком рівняння (7) при крайових умовах (9), та її вищі похідні по часу:

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{t^4(-10t^3 + 42t^2t_1 - 63tt_1^2 + 35t_1^3)v}{7t_1^6}; \\ \dot{x}_3 &= \frac{t^3(-10t^3 + 36t^2t_1 - 45tt_1^2 + 20t_1^3)v}{t_1^6}; \\ \ddot{x}_3 &= -\frac{60t^2(t-t_1)^3 v}{t_1^6}; \\ \ddot{x}_3 &= -\frac{60t(5t-2t_1) \cdot (t-t_1)^2 v}{t_1^6}; \\ x_3^{IV} &= -\frac{120(t-t_1) \cdot (10t^2 - 8tt_1 + t_1^2)v}{t_1^6}. \end{aligned} \quad (10)$$

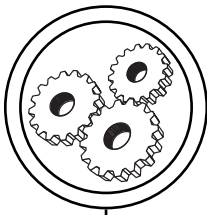
Знайдена функція x_3 описує оптимальний закон руху третьої приведеної маси конвеєра, який відповідає мінімуму середньоквадратичного відхилення прискорень центрів мас другої та третьої приведеної мас.

Використовуючи залежності (2), (3), (4) та (10), знайдемо кінематичні характеристики другої приведеної маси, які відповідають оптимальному режиму пуску конвеєра за прийнятим вище критерієм

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{t^4v(-10t^3 + 42t^2t_1 - 63tt_1^2 + 35t_1^3)}{7t_1^6} + \\ &+ \frac{1}{2c} \left(\frac{120t^2vm_3(-t+t_1)^3}{t_1^6} + \right. \\ &\left. \frac{2fRt^6v^2m_{кн}(10t^3 - 36t^2t_1 + 45tt_1^2 - 20t_1^3)^2}{R_2^2t_1^{12}} - G_0 \right); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{1}{cR_2^2t_1^{12}} tv(-60m_3R_2^2 \cdot \\ &\cdot (5t-2t_1)(t-t_1)^2t_1^6 + \\ &+ t^2(10t^3 - 36t^2t_1 + \\ &+ 45tt_1^2 - 20t_1^3) \cdot \\ &\cdot (120fRt^2vm_{кн} \cdot \\ &\cdot (t-t_1)^3 - cR_2^2t_1^6)); \\ \ddot{x}_2 &= \frac{1}{cR_2^2t_1^{12}} 60v(t-t_1) \cdot \\ &\cdot (2fRt^4vm_{кн}(t-t_1) \cdot \\ &\cdot (110t^4 - 440t^3t_1 + \\ &+ 657t^2t_1^2 - 430tt_1^3 + 100t_1^4) - \\ &- R_2^2t_1^6(ct^2(t-t_1)^2 + \\ &+ 2m_3(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2))). \end{aligned}$$

З другого рівняння системи (1) визначимо з урахуванням залежностей (10) і (11) оптимальний режим руху першої приведеної маси



$$x_1 = \frac{1}{7c^2 R_2^2 t_1^{12}} (c^2 t^4 v R_2^2 t_1^6 \cdot (-10t^3 + 42t^2 t_1 - 63t t_1^2 + 35t_1^3) + 7c((G - G_0) R_2^2 t_1^{12} + 60t^2 v(m_2 + 2m_3) R_2^2 t_1^6 \cdot (-t + t_1)^3 + 2fRt^6 v^2 m_{кн} \cdot (10t^3 - 36t^2 t_1 + 45t t_1^2 - 20t_1^3)^2) + 840v m_2 \times (t - t_1)(-m_3 R_2^2 t_1^6 (10t^2 - 8t t_1 + t_1^2) + fRt^4 v m_{кн} \cdot (t - t_1) \times (110t^4 - 440t^3 t_1 + 657t^2 t_1^2 - 430t t_1^3 + 100t_1^4))));$$

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{c^2 R_2^2 t_1^{12}} v (ct(-120m_3 R_2^2 \cdot (5t - 2t_1)(t - t_1)^2 t_1^6 + t^2 (10t^3 - 36t^2 t_1 + 45t t_1^2 - 20t_1^3) \cdot (240fRt^2 v m_{кн} (t - t_1)^3 - cR_{2t_1}^2) - 60m_2(-4fRt^3 v m \cdot (t - t_1)(550t^5 - 2420t^4 t_1 + 4168t^3 t_1^2 - 3476t^2 t_1^3 + 1375t t_1^4 - 200t_1^5) + R_2^2 t_1^6 (ct(5t - 2t_1)(t - t_1)^2 + 6m_3(10t^2 - 12t t_1 + 3t_1^2))));$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{c^2 R_2^2 t_1^{12}} 60v(4fRt^2 v m_{кн} \cdot (ct^2(t - t_1)^2(110t^4 - 440t^3 t_1 + 657t^2 t_1^2 - 430t t_1^3 + 100t_1^4) + 3m_2(1650t^6 - 7920t^5 t_1 + 15372t^4 t_1^2 - 15288t^3 t_1^3 + 8085t^2 t_1^4 - 2100t t_1^5 + 200t_1^6)) + R_2^2 t_1^6 (-c(t - t_1)(ct^2(t - t_1)^2 + 4m_3(10t^2 - 8t t_1 + t_1^2)) + 2m_2(m_3(-60t + 36t_1) - c(t - t_1)(10t^2 - 8t t_1 + t_1^2)))).$$

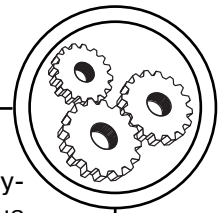
З першого рівняння системи (1) з урахуванням залежностей (10), (11) і (12) визначимо бажаний закон зміни рушійного зусилля приводного механізму в процесі пуску, який забезпечує оптимальний режим руху конвеєра:

$$F_p = \frac{1}{c^2 R_2^2 t_1^{12}} (c^2((G - G_0) \cdot R_2^2 t_1^{12} + 60t^2 v(m_1 + m_2 + m_3) R_2^2 t_1^6 (-t + t_1)^3 + fRt^6 v^2 m_{кн} (10t^3 - 36t^2 t_1 + 45t t_1^2 - 20t_1^3)^2) + 120c v \cdot (t - t_1)(-m_2 m_3 - m_1 \cdot (m_2 + 2m_3)) R_2^2 t_1^6 (10t^2 - 8t t_1 + t_1^2) + fRt^4 v \cdot (2m_1 + m_2) m_{кн} (t - t_1) \times (110t^4 - 440t^3 t_1 + 657t^2 t_1^2 - 430t t_1^3 + 100t_1^4)) + 720v m_1 m_2 \cdot (2m_3 R_2^2 t_1^6 \times (-5t + 3t_1) + fRt^2 v m_{кн} (1650t^6 - 7920t^5 t_1 + 15372t^4 t_1^2 - 15288t^3 t_1^3 + 8085t^2 t_1^4 - 2100t t_1^5 + 200t_1^6)))). \tag{13}$$

Маючи закон зміни рушійного зусилля в тяговому елементі елеватора, можна визначити необхідний рушійний момент на валу електродвигуна приводного механізму:

$$M_p = \frac{F_p \cdot R_1}{u \cdot \eta}, \tag{14}$$

де R_1 — радіус приводного барабана; u — передаточне число передаточного механізму; η — к.к.д. приводного механізму.



Для ківшового елеватора Scandia SEI 35/14 за таких умов: $v = 3,1$ м/с, $m_1 = 13,0791$ кг, $m_2 = 20,9$ кг, $m_3 = 8$ кг, $m_{кл} = 2$ кг, $c = 10000$ Н/м, $f = 1,1$, $t_1 = 1$ с; побудовано графіки швидкостей (рис. 2) та прискорень (рис. 3) центрів мас першої, другої та третьої приведених мас, а також рушійного моменту на валу електродвигуна (рис. 4).

З аналізу графічних залежностей представлених на рисунках 2–4 видно, що прослідкувати зміну швидкості всіх мас при виході на усталений рух доволі складно (рис. 2, а), проте графік різниці швидкостей першої та другої мас, а також другої і третьої (рис. 2, б) чітко показує малу різницю в швидкостях мас, що звичайно позитивно впливає на рух конвеєра. Така розбіжність пов'язана, насамперед, з пружними властивостями тягового елемента конвеєра. Аналогічні відмінності можна спостерігати і на графіку різниці при-

скорень (рис. 3, б). Рушійне зусилля на валу електродвигуна має плавний характер зміни, проте значно перевищує силу опору, яка виникає під час пуску елеватора.

Разом з тим отримані закони керування пуском ківшового елеватора мають і певні недоліки, а саме ненульові прискорення першої та другої мас на початку руху, що призводить до додаткових навантажень в елементах приводного механізму. Необхідно також відмітити, що при збільшенні часу виходу на усталений режим руху t_1 втричі — прискорення першої та другої мас наближуються до нуля.

Висновок

За допомогою варіаційних методів оптимізації синтезовано закон зміни приводного зусилля, за якого коливання рухомих елементів ківшового елеватора із завантаженою робочою гілкою до кінця періоду розгону

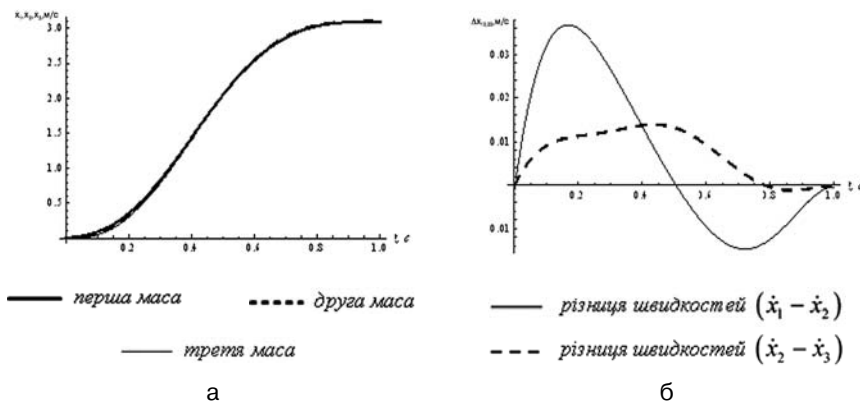


Рис. 2. Графіки: а — швидкостей першої, другої та третьої мас протягом пуску, б — різниці швидкостей ($\dot{x}_1 - \dot{x}_2$) та ($\dot{x}_2 - \dot{x}_3$)

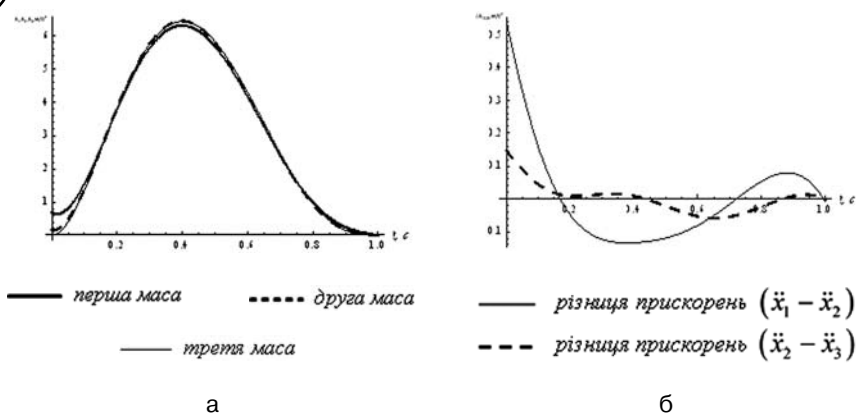
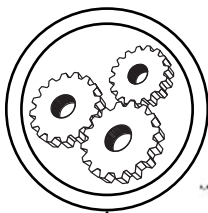


Рис. 3. Графіки: а — прискорень першої, другої та третьої мас протягом пуску, б — різниці прискорень $(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$ та $(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)$

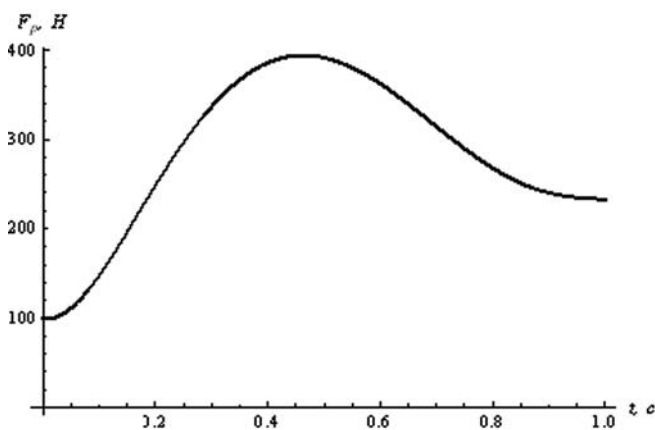
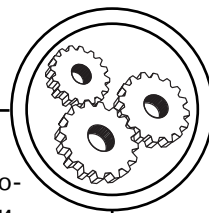


Рис. 4. Рушійний момент на валу електродвигуна протягом пуску

усуваються. Поряд з цим встановлено, що отримані закони мають недоліки, які при подальшому дослідженні можливо усу-

нути шляхом використання інших крайових умов та оптимізаційних критеріїв більш високого порядку.

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман [под. ред. Воробьева Н. Н.]. — М. : Издательство иностранной литературы, 1960. — 400 с.
2. Математическая теория оптимальных процессов / [Понтрягин Л. С., Болтнянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.]. — М. : Физматгиз, 1961. — 392 с.
3. Смехов А. А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А. А. Смехов, Н. И. Ерофеев. — М. : Машиностроение, 1975. — 239 с.
4. Петров Ю. П. Вариационные методы теории опти-



мального управління / Ю. П. Петров. — Л. : Энергия, 1977. — 280 с. 5. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В. С. Ловейкин. — К. : УМК ВО, 1990. — 168 с. 6. Турчин В. С. Обоснование конструктивно-режимных параметров элеваторов ковшового типа для транспортировки сыпучих материалов: Дис. ... канд. техн. наук: 05.20.01/ Турчин Вячеслав Семёнович. — Оренбург, 2005. — 187 с. 7. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. — М. : Наука, 1969. — 424 с. 8. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах / В. П. Дьяконов. — М. : СОЛОН-Пресс, 2004. — 696 с.

Надійшла до редакції 13.09.11