

**ПАРАМЕТРИ ТОЧНОСТІ МЕХАНІЗМА ГЕКСАПОДА
ДЛЯ ПОЛІГРАФІЧНОГО ТА ПАКУВАЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА**

© В. Б. Струтинський, д.т.н., професор, А. А. Гуржій,
аспірант, НТУУ «КПІ», Київ, Україна

Разработана методика определения случайных ошибок позиционирования платформы механизма-гексапода. Ошибки возникают вследствие случайных изменений длины штанг механизма. На основе решения обратной задачи кинематики находится взаимосвязь малых (случайных) изменений длины штанг и соответствующих им перемещений платформы механизма-гексапода.

The methods of determination are worked out casual errors of system platform of mechanism-hexapod. Errors arise up because of casual changes of length of barbells of mechanism. On the basis of decision of reverse task of kinematics there is intercommunication of stochastic changes of length of barbells and moving of platform of mechanism-hexapod.

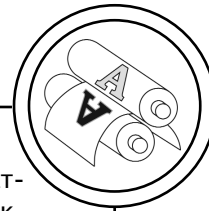
Постановка проблеми

Розробка та дослідження технологічних машин для поліграфічного та пакувального виробництва, побудованих на основі механізмів із паралельними кінематичними зв'язками, являє собою актуальну наукову проблему. Її практичне значення полягає в можливості створення машин для поліграфічного та пакувального виробництва низької матеріалоемності із широкими функціональними можливостями.

Обладнання для поліграфічного та пакувального виробництва відзначаються високою продуктивністю, низькою матеріалоемністю та енергоемністю. Перспективним типом обладнання є механізм-гексапод, що має шість штанг змінної довжини.

Аналіз попередніх досліджень

В літературних джерелах наведена значна кількість розробок по конструктивному вдосконаленню обладнання для поліграфічного та пакувального виробництва, дослідженню показників їх статичної та динамічної точності [1, 2]. Останні дослідження, результати яких наведено в публікаціях, включають визначення кінематичних і динамічних параметрів, знаходження жорсткостних характеристик, загальних показників точності механізмів [3, 4]. В окремих публікаціях вказано на наявність випадкових складових похибок обробки [3]. Дослідження причин і закономірностей виникнення випадкових похибок в наявних літературних джерелах та в мережі Internet не виявлено.



Мета роботи

Метою досліджень є встановлення параметрів точності механізму гексапода для поліграфічного та пакувального виробництва. Задачами досліджень поставлено розробку методів визначення випадкових похибок обладнання для поліграфічного та пакувального виробництва, які виникають внаслідок неточності приводів зміни довжини штанг.

Результати проведених досліджень

Основною причиною похибок обладнання для поліграфічного та пакувального виробництва є випадкові зміни довжин штанг механізму-гексапода (рис. 1).

Випадкове положення платформи визначено у вигляді вектора, що має шість компонент. Три із них являють собою координати центра платформи, а три — кутові величини (набір кутів Ейлера). Відповідно положення деякої точки у характеризується вектором визначеним в просторі 6-ти вимірів.

Застосування вектора має певну незручність, викликану різномірністю його компонент. Тому доцільно використати модифікований вектор, який відрізняється від наведеного переводом кутових величин в лінійні. Тоді вектор параметрів, що визначає положення платформи запишеться у вигляді:

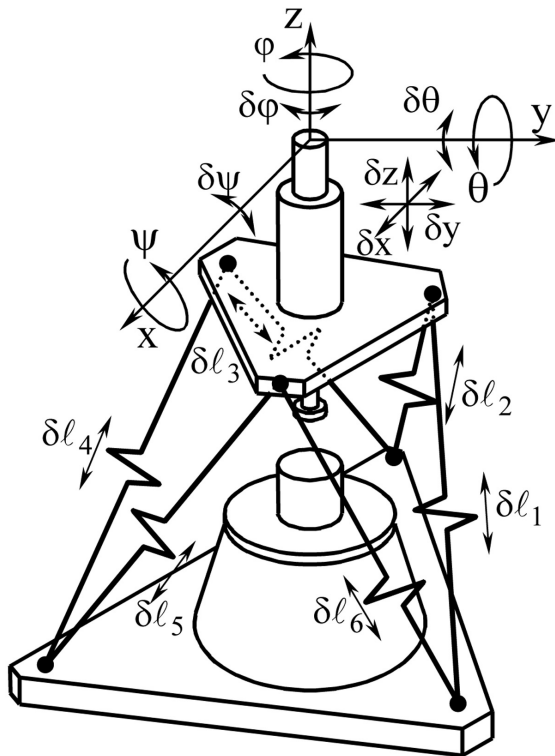
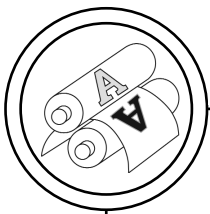


Рис. 1. Зміни положення платформи внаслідок випадкових змін довжини штанг



$$X_e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ m_\psi \psi \\ m_\theta \theta \\ m_\phi \phi \end{bmatrix}.$$

де m_ψ , m_θ , m_ϕ — відповідно вибрані масштабні множники, що мають розмірність координат.

В загальному випадку вектор, що визначає положення платформи, запишеться у вигляді

$$X_i = [x_i], i = 1, 2, \dots, 6,$$

де x_i — відповідна компонента вектора.

Згідно розв'язаної раніше зворотної задачі кінематики [5] компоненти даного вектора є вхідними параметрами системи. Вони визначені у вигляді незалежних функцій часу t

$$X_i = x_i(t).$$

У результаті розв'язку зворотної задачі кінематики знайдено в числовому вигляді набір ℓ -координат, що відповідають вектору вхідних параметрів.

Вектор вхідних параметрів визначений своїми компонентами, які є деякими функціями часу. Прийнято, що координати платформи $x = p_1$, $y = p_2$, $z = p_3$ змінюються по закону, визначеному залежностями:

$$\text{amp}(t) := 0.01 + 0.02 \cdot \frac{t}{2\pi};$$

$$p1(t) := \text{amp}(t) \cdot \cos(t);$$

$$p2(t) := \text{amp}(t) \cdot \sin(t);$$

$$p3(t) := 0.01 + 0.01 \cdot \frac{t^2}{4\pi^2}.$$

Закони зміни кутів Ейлера прийнято гармонічними.

Зміна компонент вектора в часі наведена на рис. 2.

Одержаний в результаті розв'язку оберненої задачі кінематики вектор ℓ -координат подано у вигляді

$$L = (\ell_j), j = 1, 2, \dots, 6.$$

Компоненти вектора обчислені як функція часу (див. рис. 3).

Вектор ℓ -координат є функціонально залежним від вектора вхідних параметрів. Дана залежність є нелінійною і в загальному випадку записується у вигляді

$$L = F(X),$$

де $F(X)$ — вектор, компоненти якого в загальному вигляді описують залежності ℓ -координат від компонент вектора вхідних параметрів та часу

$$F(X) = [\ell_j([x_i], t)], j = 1, 2, \dots, 6.$$

Визначимо взаємозв'язок між нескінченно малими змінами x -координат і ℓ -координат. Кожна із компонент вектора ℓ -координат являє собою функцію шести змінних, що являють собою x -координати. По правилу диференціювання функції кількох змінних знайдемо

$$[d\ell_j] = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \ell_j}{\partial x_i} \cdot dx_i,$$

$$j = 1, 2, \dots, 6,$$

де $d\ell_j$ — диференціал j -ї ℓ -координати.

Всі величини, які входять в дану залежність допускають безпосереднє обчислення.

Запишемо дану рівність в матрично-векторному вигляді

$$dL = MdX,$$

де матриця M своїми компонентами має частинні похідні відповідних ℓ -координат по x -координатам

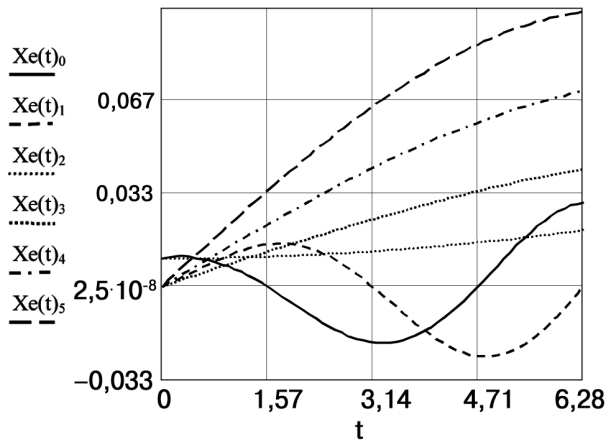
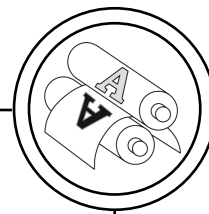


Рис. 2. Значення вектора вхідних параметрів у функції часу, що відповідають прийнятому закону зміни положення платформи

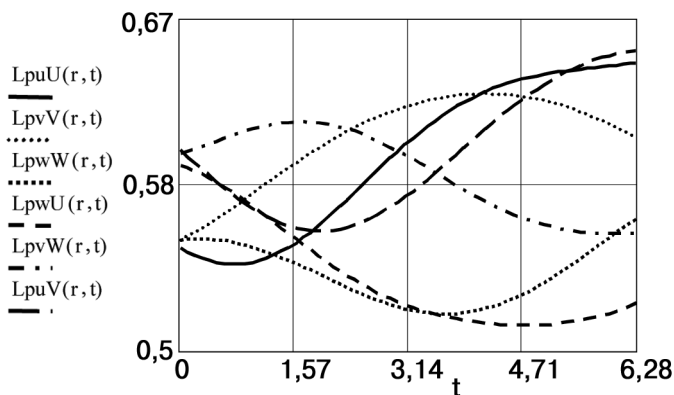


Рис. 3. Компоненти вектора ℓ -координат обчислені згідно розробленої методики і подані у вигляді функції часу

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} \end{bmatrix}, \quad m_{ji} = \frac{\partial \ell_i}{\partial x_j}$$

Компоненти матриці є функціями часу і визначаються в результаті розв'язку оберненої задачі кінематики.

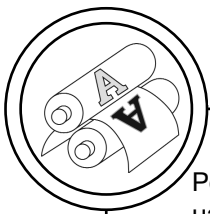
Якщо при розв'язку задачі всі вхідні параметри задані функціями часу t то компоненти матриці знаходяться як

$$m_{ji} = \frac{\partial \ell_i}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial x_j} = \frac{\partial \ell_i}{\partial t} / \frac{\partial x_j}{\partial t}$$

У процесі обчислень можливі випадки сингулярності, обумовлені появою компонент матриці $m_{ji} = 0$ або $m_{ji} = \infty$. Однією із причин цього явища може бути умова

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad \text{або} \quad \frac{\partial \ell_i}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$$

Ці окремі випадки повинні бути проаналізовані в процесі розв'язку прямої задачі кінематики. Для прийнятого закону зміни в часі компонент вектора вхідних параметрів знайдені частинні похідні ℓ -координат в часі.



Результати розрахунку похідних наведені на рис. 4.

Із аналізу наведених графіків випливає, що похідні ℓ -координат для даного випадку є гладкими неперервними обмеженими функціями. Тому випадки сингулярності, в яких $\frac{\partial \ell_i}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$ виключаються.

Аналогічно обчислені похідні компонент вектора вхідних параметрів (див. рис. 5).

Компоненти вектора вхідних параметрів $\frac{\partial x_i}{\partial t}$ можуть набувати

нульових значень. Відповідно обернена величина $1/\frac{\partial x_i}{\partial t}$ в цих точках прямує до нескінченності (рис. 6).

На першому етапі аналізу обмежимося розглядом випадків відсутності нескінченних значень компонент матриці M . Це має місце для деяких інтервалів часу зокрема в околиці точки $t = 2,8$ с.

Для даного значення часу обчислено компоненти матриці M .

Одержана матриця є сингулярною. Її визначник дорівнює нулю, а ранг одиниці.

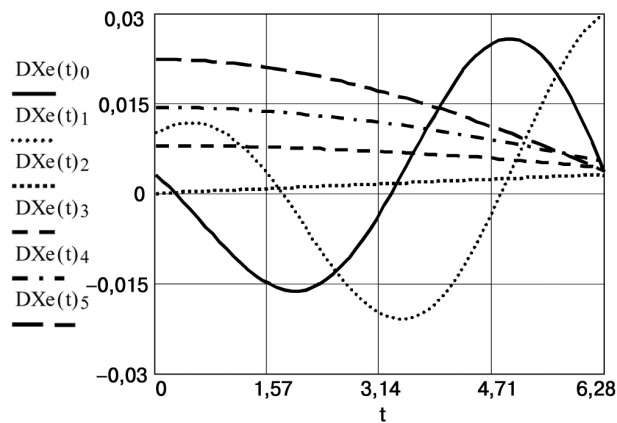


Рис. 4. Розрахункові значення похідних компонент вектора ℓ -координат

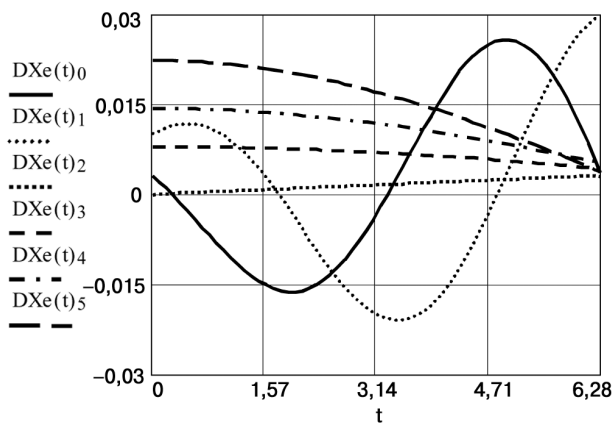
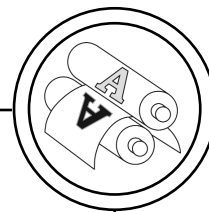


Рис. 5. Результати обчислення швидкості зміни компонент вектора вхідних параметрів



$$M = \begin{pmatrix} -3,761 & -2,096 & 24,75 & 4,889 & 2,849 & 1,941 \\ -1,584 & -0,883 & 10,424 & 2,059 & 1,2 & 0,818 \\ 1,375 & 0,766 & -9,047 & -1,787 & -1,041 & -0,71 \\ 1,877 & 1,046 & -12,355 & -2,441 & -1,422 & -0,969 \\ 1,957 & 1,09 & -12,88 & -2,544 & -1,482 & -1,01 \\ -2,369 & -1,32 & 15,591 & 3,08 & 1,795 & 1,223 \end{pmatrix}$$

Розв'яжемо рівняння, що зв'язує диференціали x -координат і l -координат.

Для цього визначимо диференціал кожної x -координати як функцію 6-ти змінних l -координат

$$dx_i = \sum_{j=1}^6 \frac{\partial x_i}{\partial l_j} dl_j$$

Зазначимо, що

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i}{\partial l_j} &= \frac{\partial x_i}{\partial t} / \frac{\partial l_j}{\partial t} = \\ &= \frac{1}{\frac{\partial l_j}{\partial t} / \frac{\partial x_i}{\partial t}} = \frac{1}{m_{ji}} \end{aligned}$$

Тобто коефіцієнти залежності визначаються через компоненти матриці M , а саме є оберненим їм. При цьому $dX = NdL$, де N — матриця, компоненти якої є оберненими компонентам матриці M та над якою додатково

здійснена операція транспонування. Таким чином диференціал x -координати dx_i виражається через диференціали l -координат згідно формул

$$dx_i = \sum_{j=1}^6 n_{ji} dl_j,$$

$$\text{де } n_{ji} = \frac{1}{m_{ji}}.$$

Переходячи від диференціалів dx_i та dl_j до кінцевих приростів відповідних величин отримаємо

$$\delta x_i = \sum_{j=1}^6 n_{ji} \delta l_j.$$

Матриця $N = (n_{ji})$ може мати різні значення своїх компонент. Вони залежать від моменту часу, в яких обчислюються частинні похідні.

Компоненти матриць встановлюють зв'язок змін двох груп

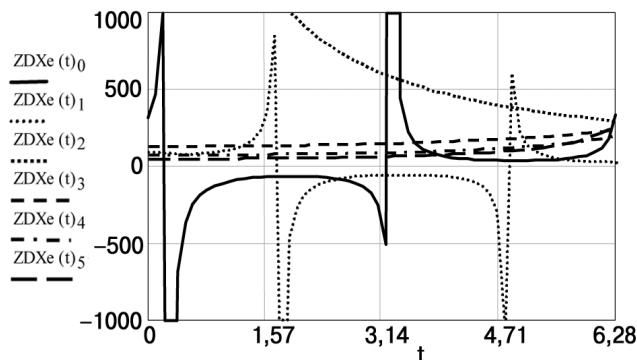
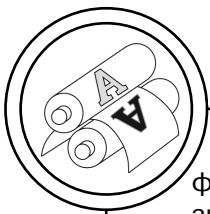


Рис. 6. Результати розрахунку обернених значень швидкостей зміни компонент вектора вхідних параметрів



фізичних координат. Вони дозволяють встановити взаємозв'язок змін координат. По суті компоненти матриці N є коефіцієнтами чутливості змін x -координат по причині змін ℓ -координат. Для аналізу всієї сукупності компонент матриць (36 параметрів) використана візуалізація матриць. Компоненти матриць зображено у вигляді стовпчастої діаграми (рис. 7).

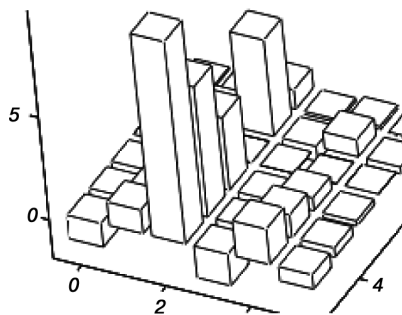


Рис. 7. Візуалізовані значення функцій чутливості для визначення зміни положення шпинделя верстата внаслідок незалежних змін ℓ -координат

Візуалізація матриці дозволяє виконати аналіз наявності сингулярних точок механізму.

Якщо компоненти матриці N , зокрема $n_{ji} = 0$ це значить, що будь-які зміни j -ї ℓ -координати не приведуть до зміни i -ої x -координати, тобто при кінцевому $\delta \ell_j$ буде $\delta x_i = 0$.

Якщо компонента матриці $n_{ji} \rightarrow \infty$, то будь-які зміни j -ї ℓ -координати призведуть до нескінченно великих змін x -координати. Фізично це відповідає сингулярній точці механізму паралельної структури. Ця сингулярна точка визначається лише геометричними

параметрами, тобто визначає геометричну сингулярну точку.

Враховуючи зв'язок компонент матриць M і N , можна зробити висновок, що сингулярна точка має місце у випадку, коли якась із компонент матриці M $m_{ji} = 0$.

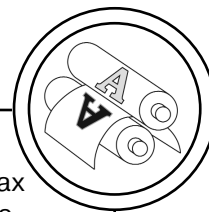
Встановлена взаємозалежність між малими змінами ℓ та x -координат дозволяє провести аналіз випадкових змін положення робочого органа механізму в залежності від випадкових змін довжини штанги.

Зміна довжини штанги (похибка) може бути визвана різними причинами. Однією із найбільш ймовірних причин похибки є поперечні коливання штанги як системи з розподіленими по довжині штанги параметрами. Іншими причинами похибок є похибки та деформації в шарнірах, люфти і деформації в приводах штанг. У результаті дії всієї сукупності факторів довжина штанги (ℓ -координата) змінюється випадковим чином на величину похибки. Випадкові зміни довжини штанг (похибки) описані своїми канонічними розкладами по системі тригонометричних функцій.

Кожна із ℓ -координат подана у вигляді відрізка гармонічного ряду

$$\delta \ell_i(t) = \sum_{k=1}^{64} (u s_{1_{ki}} \cdot \cos(k \cdot \omega_0 1_i \cdot t) + v s_{1_{ki}} \cdot \sin(k \cdot \omega_0 1_i \cdot t)).$$

Випадкові величини, які є коефіцієнтами канонічних розкладів випадкових процесів задані генераторами випадкових чисел з нормальним законом розподілу.



Задані своїм канонічним розкладом випадкові зміни ℓ -координат являють собою широкополосні випадкові процеси (рис. 8).

Визначені своїми канонічними розкладами випадкові похибки всіх шести ℓ -координат сформовані у вигляді векторної функції часу

Відповідні реалізації випадкових похибок положення шпинделя одержані розрахунком та являють собою випадкові процеси (рис. 9).

У даному випадку випадкові похибки ℓ -координат приводять до похибок переміщень платформи в напрямку осі y в діапазоні $-4, \dots, +4$ мкм. Випадкові похибки переміщення механізму в напрямку осі x суттєво

менші і знаходяться в межах $-2, \dots, +2$ мкм. Похибки переміщення в напрямку осі z є набагато меншими і не перевищують 1 мкм.

Аналогічним чином визначені випадкові зміни кутів Ейлера ψ, θ, φ . Реалізація випадкових процесів зміни кутів в цілому подібні процесам поступального переміщення робочого органа механізму (рис. 10).

Похибки механізму визначають параметри його точності. Розглянута методика і результати дають можливість оцінити похибки положення платформи внаслідок дії всього комплексу причин зміни ℓ -координати. Зокрема це коливання штанги та параметри точності сферичних опор.

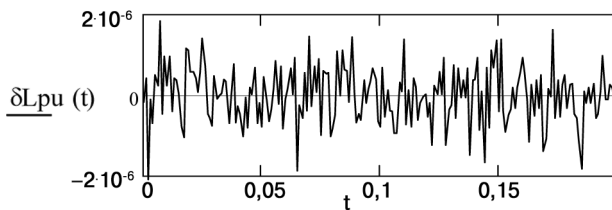


Рис. 8. Типовий випадковий процес зміни ℓ -координати верстата-гексапода

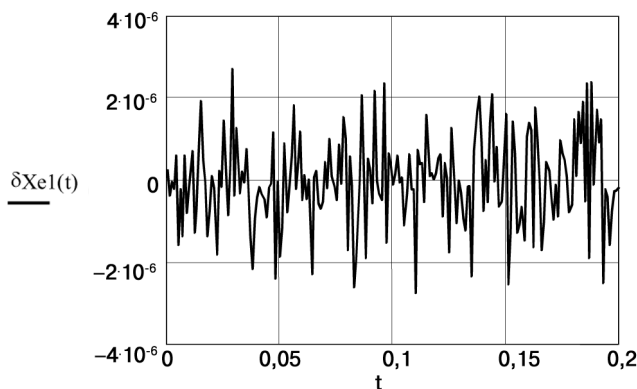


Рис. 9. Реалізація випадкових значень похибок зміщення платформи в напрямку осі x

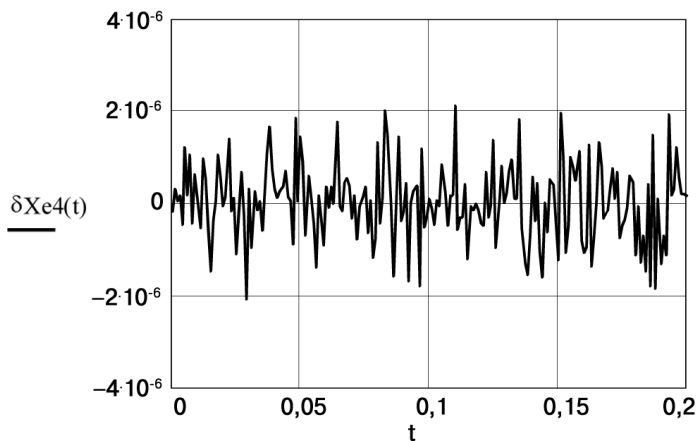
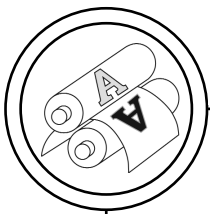


Рис. 10. Реалізація випадкових процесів кутового повороту шпинделя навколо осі x

Висновки

1. Розроблена методика оцінки випадкових складових кінематичної точності механізма гексапода для поліграфічного і пакувального виробництва, яка базується на розв'язку оберненої задачі кінематики і дозволяє виконати кількісний аналіз випадкових похибок для заданих формоутворюючих рухів механізма.

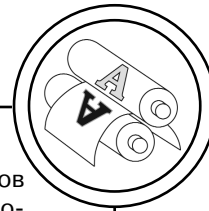
2. Застосування методики потребує аналізу особливих (сингулярних) положень кінематичних ланцюгів, які визначаються в результаті аналізу формоутворюючих рухів механізма гексапода для поліграфічного і пакувального виробництва. В області сингулярних положень виникають значні кінематичні похибки випадкового характеру.

3. Для опису випадкових кінематичних похибок механізма гексапода для поліграфічного і пакувального виробництва доцільно застосувати розклад похибок по системі

гармонічних функцій із випадковими коефіцієнтами. Незалежні похибки, що відповідають випадковим змінам довжини штанг мають вигляд широкополосних випадкових процесів полігармонічного типу. Похибки платформи шпинделя верстата мають резонансні області, які визначаються особливостями кінематики верстата та специфікою формоутворюючих рухів механізма гексапода для поліграфічного і пакувального виробництва.

4. Випадкові похибки положення платформи знаходяться в межах ± 4 мкм в площині переміщення платформи. В перпендикулярному напрямку похибки кутового положення платформи складають $\pm 6''$ і є несуттєвими.

5. Як напрямок подальших досліджень рекомендується врахування впливу динамічних процесів на виникнення випадкових похибок положення платформи.



1. Дименберг Ф. М. Теория пространственных шарнирных механизмов / Ф. М. Дименберг. — М. : Наука, 1982. — 336 с. 2. Струтинський В. Б. Теоретичне обґрунтування кінематичних параметрів механізмів з паралельною кінематикою / В. Б. Струтинський, І. І. Верба, Самі (Мох'д Амін) Мох'д Іхміш // Вестник Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт». Машиностроение. — Вып. 45. — 2004. — С. 104–108. 3. Валявський І. А. Математичне моделювання положення вихідного органу І-координатного механізму / І. А. Валявський, В. А. Крижанівський // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація / Збірник наук. праць. — Кіровоград : КДТУ. — 2003. — Вип. 12. — С. 223–229. 4. Бушуев В. В. Мехатронные системы в станках / В. В. Бушуев // СТИН. — 1998. — № 9, 10. 5. Глазунов В. А. К решению прямой задачи о положениях I-координатных механизмов / В. А. Глазунов, А. Ш. Колискор, Б. И. Модель, Г. В. Рашоян, В. Ф. Чернов // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1991. — № 2. — С. 100–105.

1. Dimenberg F. M. Teorija prostranstvennyh sharnirnyh mehanizmov / F. M. Dimenberg. — M. : Nauka, 1982. — 336 s. 2. Strutynskiy V. B. Teoretychne obhruntuvannya kinematychnykh parametriv mekhanizmv z paralelnoiu kinematykoiu / V. B. Strutynskiy, I. I. Verba, Sami (Mokh'd Amin) Mokh'd Ikhmish // Vestnik Nacional'nogo tehniceskogo universiteta Ukrainy «Kievskij politehnicheskij institut». Mashinostroenie. — Vyp. 45. — 2004. — S. 104–108. 3. Valiavskiy I. A. Matematychnе modeliuвання polozhennia vykhidnoho orhanu I-koordinatnoho mekhanizmu / I. A. Valiavskiy, V. A. Kryzhanivskiy // Tekhnika v silskohospodarskomu vyrobnytstvi, haluzeve mashynobuduvannia, avtomatyzatsiia / Zbirnyk nauk. prats. — Kirovohrad : KDTU. — 2003. — Vyp. 12. — S. 223–229. 4. Bushuev V. V. Mehatronnye sistemy v stankah / V. V. Bushuev // STIN. — 1998. — № 9, 10. 5. Glazunov V. A. K resheniju prjamoj zadachi o polozhennjah I-koordinatnyh mehanizmov / V. A. Glazunov, A. Sh. Koliskor, B. I. Model', G. V. Rashojan, V. F. Chernov // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. — 1991. — № 2. — S. 100–105.

Рецензент — О. М. Кравець, к.т.н.,
доцент, НТУУ «КПІ»

Надійшла до редакції 21.12.12