

УДК 621.86

DOI: 10.20535/2077-7264.3(85).2024.321802

© **О. А. Стенін, д-р техн. наук, проф., М. О. Солдатова, канд. техн. наук, доц., КПІ ім. Ігоря Сікорського, І. Г. Дроздович, канд. техн. наук, старш. наук. співроб., Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН, О. П. Шостачук, канд. техн. наук, доц., НН ВПІ КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна**

СТАБІЛІЗАЦІЯ РОБОЧОГО ОРГАНУ РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА В РОБОЧІЙ ТОЧЦІ

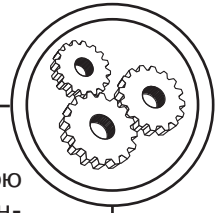
Для стабілізації робочого органу в заданій точці позиціонування запропоновано модальний підхід до оптимального налаштування параметрів пропорційної та диференціальної частин багатовимірного ПІД-регулятора на основі оригінального методу невизначених коефіцієнтів та принципу суперпозиції. Для усунення статичної помилки пропонується використовувати метод Девісона налаштування інтегральної частини ПІД-регулятора.

Ключові слова: робот-маніпулятор; багатовимірний ПІД-регулятор; модальне налаштування параметрів ПІД-регулятора; метод невизначених коефіцієнтів; принцип суперпозиції.

Вступ

Останнім часом у всьому світі активно реалізується нова концепція розвитку промислового виробництва «Індустрія 4.0» (по-іншому називається «четвертою промисловою революцією») [1], що означає розвиток і злиття автоматизованого виробництва, обміну даних і виробничих технологій в єдину саморегульовану систему, з найменшим або взагалі відсутнім втручанням людини у виробничий процес. Звідси, набуло великого масштабу впровадження робототехнічних систем (РТС) у промисловість, зокрема у поліграфічне виробництво [2, 3]. Біль-

шість систем управління промислових РТС базуються на алгоритмах управління заданим (програмним) рухом захвату робота-маніпулятора (РМ). Такі алгоритми управління РМ розглядаються як нелінійні алгоритми поділу програмного руху РМ за їх ступенями рухливості. Проблема їх реалізації тісно пов'язана з проблемою розв'язування нелінійних рівнянь, що описують конфігурацію робота при заданому положенні його робочого органу. Традиційний підхід до рішення даної проблеми полягає в застосуванні методів лінеаризації рівнянь, що описують поведінку РМ за умови малих змін



координат ланок маніпулятора, або застосовуються методи компенсації нелінійностей за допомогою регуляторів різних типів та систем зворотного зв'язку [4–6]. Одним із найбільш відомих методів управління маніпуляторами є метод управління за вектором швидкості [7–11]. Застосування на практиці цього методу обмежено виникненням у процесі управління вироджених змін стану ланок РМ, які мають бути враховані алгоритмом управління. У цьому випадку управління за вектором швидкості формується як приріст координат маніпулятора за один цикл роботи алгоритму. Однак такий підхід потребує часто вибирати координати вузлових точок складної траєкторії, щоб перехід від однієї точки до іншої суттєво не змінював необхідну картину руху. Основним органом управління РМ нині є ПІД-регулятор.

Незважаючи на велику кількість публікацій з методів налаштування параметрів ПІД-регуляторів, невирішеними залишаються ще багато проблем з їх налаштуванням [2, 9, 12]. Це обумовлено тим, що в сучасних системах управління часто невідома динаміка процесів, результати вимірювань містять шуми та завади, процеси неперервні та взаємозалежні. Частина проблем виникає і при експлуатації. Більшість ПІД-регуляторів, що впроваджуються на практиці, не містить диференціальної компоненти через складність її реалізації. У багатьох випадках нехтують процедурою калібрування, а недостатні знання про динаміку процесів управління не дозволяють правильно оцінити параметри регулятора. Основним органом управління РМ нині є ПІД-

регулятор. Головною проблемою досі є оптимальне налаштування параметрів багатовимірного ПІД-регулятора. Як результат, близько 30 % регуляторів, що використовуються в промисловості, налаштовані невірно.

Звідси, вирішення вказаної вище проблеми оптимального налаштування параметрів багатовимірного ПІД-регулятора актуально і своєчасно.

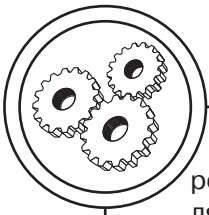
Постановка проблеми

Для РМ, зображеного на рис. 1 з k кінематичними парами, що не має надлишкових ступенів рухливості, в якого k -вимірний вектор моментів $\bar{J}(t)$ в кінематичних парах пов'язаний з k -вимірним вектором $\bar{\theta}(t)$ кутів повороту в шарнірах, нелінійним динамічним рівнянням руху РМ є рівняння Ейлера-Лагранжа:

$$M(\theta) \frac{d^2 \bar{\theta}(t)}{dt^2} + N(\theta) \frac{d \bar{\theta}(t)}{dt} + G(\theta) \theta t = \bar{J}(t), \quad (1)$$

де $M(\theta)$ — симетрична додатно визначена матриця інерції розмірності $(k \times k)$; $N(\theta)$ — k -вимірний вектор-стовбець моментів, обумовлених силами Коріоліса та відцентровими силами; $G(\theta)$ — k -вимірний вектор гравітаційного навантаження.

Однією із найважливіших задач, що виникають при впровадженні систем управління РМ, є задача налаштування оптимальних параметрів багатовимірних



регуляторів, зокрема ПІД-регуляторів, які є найбільш поширеним типом регуляторів [11–13] для управління та стабілізації робочого органу РМ в заданих точках позиціонування. В цій статті розглядається задача знаходження для заданих динамічних показників перехідних процесів в окремих ланках РМ відповідних їм параметрів багатовимірного ПІД-регулятора РМ (рис. 1).

Аналіз попередніх досліджень

Незважаючи на велику кількість публікацій, основні зусилля спрямовані на подальший пошук ефективних і надійних методів налаштування ПІД-регуляторів. Слід зазначити, що при синтезі систем управління для багатьох технічних об'єктів і технологічних процесів не потрібна їх точна математична модель, а проблема полягає саме у визначенні параметрів регулятора. Для одновимірного

випадку ця проблема досить проста і може бути вирішена, зокрема, методом Зіглера-Нікольса [12]. Типовий ПІД-регулятор повністю вирішує задачу стабілізації нелінійних об'єктів першого порядку [11–13]. Зручність практичної реалізації таких регуляторів дозволяє використовувати їх і для об'єктів вище першого порядку. Але при цьому вимушено послаблюються вимоги до динамічних характеристик системи, засобів придушення збурень, особливо, за наявності нелінійностей. Сьогодні не так багато технічних об'єктів можна описати рівняннями першого порядку, тоді як рівняння другого порядку описують динаміку багатьох об'єктів, зокрема, і динаміку окремих ланок РМ [2, 3].

На основі ПІД-регуляторів пропонуються різні типи удосконалених регуляторів: регулятор дробового порядку, регулятор з ваговими коефіцієнтами за похибкою тощо. В основному, всі модифі-

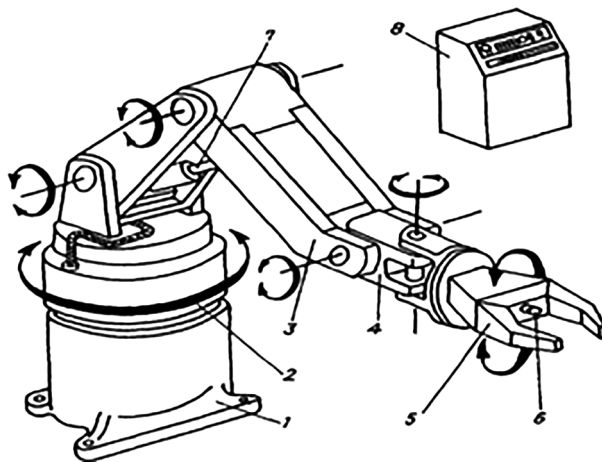
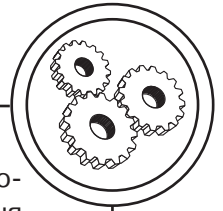


Рис. 1. Спрощена схема робота-маніпулятора: 1 — основа (опорна конструкція) робота, 2 — колона, 3 — рука маніпулятора, 4 — кисть маніпулятора, 5 — робочий орган, 6 — датчик зворотного зв'язку, 7 — привід руки, 8 — блок пристрою управління



качії передбачають такі удосконалення, що перетворюють регулятор в робастний [14, 15]. В статті [16] пропонується модальний метод побудови робастного регулятора для систем другого порядку при наявності зовнішніх збурень, який забезпечує якість процесів управління, що задається у виді оцінок часу перехідного процесу, коефіцієнта перерегулювання та допустимої статичної похибки. В той же час питанню налаштування багатовимірного ПІД-регулятора не приділяється достатньої уваги. В роботах Девісона [15, 17] пропонується метод налаштування тільки ПІ-компоненти ПІД-регулятора при подачі ступеневих збурень та вхідних еталонних сигналів. Нижче пропонується модальний підхід до налаштування багатовимірного ПІД-регулятора в режимі стабілізації точки позиціонування, який забезпечує задані динамічні показники якості перехідних процесів.

Мета роботи

Розробка ефективних методів оптимальної стабілізації робочого органу промислових ро-

ботів-маніпуляторів в точках позиціонування. Для досягнення мети необхідно:

- дослідити математичні моделі кінематики та динаміки функціонування типових промислових роботів-маніпуляторів;
- провести лінеарізацію обраної моделі в околиці точки позиціонування робочого органу робота-маніпулятора;
- розробити модальний підхід з використанням принципу суперпозиції побудови регулятора стабілізації робочого органу робота-маніпулятора в робочій точці, який забезпечує задані динамічні показники якості перехідних процесів.

Результати проведених досліджень

Для управління рухом РМ зазначеного вище типу найкращою є двоконтурна система управління, схема якої зображена на рис. 2. Згідно схеми, комплексне управління рухом РМ містить три складових: програмне управління $U_{ПК}$, управління стабілізації $U_{ЗВ}$, а також додатковий сигнал $U_{РТ}$, що відповідає робочій точці РТ. Додатковий сигнал призначений для покращення якості та гнучкості

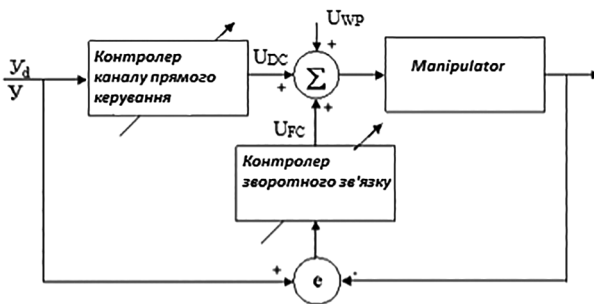
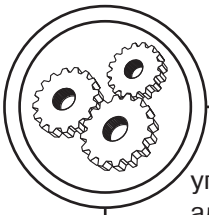


Рис. 2. Структурна схема системи управління



управління і забезпечує швидшу адаптацію параметрів системи управління до змін параметрів РМ.

Система управління забезпечує відслідковування вектором кутів повороту в шарнірах $\theta(t)$, будь-якої заданої (опорної) траєкторії $\bar{\theta}_r(t)$, де $\bar{\theta}_r(t)$ — n -вимірний

вектор-стовбець довільних функцій часу. Доцільно припустити, що ці функції мають похідні першого та другого порядків, тобто необхідні значення кутової швидкості

$\frac{d\bar{\theta}_r(t)}{dt}$ та кутового прискорення $\frac{d^2\bar{\theta}_r(t)}{dt^2}$ можна обчислити безпосередньо без додаткового диференціювання $\bar{\theta}_r(t)$.

Доцільно також припустити, щоб система управління РМ забезпечувала відслідковування траєкторії незалежно від допустимої маси вантажу m , тобто, щоб динамічні характеристики РМ не залежали від величини корисного навантаження. Крім цього, однією із найважливіших задач, що виникають при впровадженні систем управління РМ, є задача налаштування оптимальних параметрів багатовимірних регуляторів, зокрема ПІД-регуляторів, які є найбільш поширеним типом регуляторів [11–13] для управління та стабілізації робочого органу РМ в заданих точках позиціонування.

Апроксимуємо нелінійну модель динамічної системи (1), розклавши в ряд Тейлора в околі поточної робочої точки (РТ) програмної траєкторії руху РМ лінійною інваріантною у часі багатовимірною моделлю [3]:

$$L \frac{d^2\bar{\theta}(t)}{dt^2} + K \frac{d\bar{\theta}(t)}{dt} + R(t)\bar{\theta}(t) = \bar{J}(t), \quad (2)$$

де $\theta(t)$ та $j(t)$ — відхилення поточних значень векторів кутів повороту і моментів в шарнірах РМ від відповідних заданих значень:

$$\bar{\theta}(t) = \bar{\theta}_{\text{зад}}(t) - \bar{\theta}_{\text{пот}}(t),$$

$$\bar{J}(t) = \bar{J}_{\text{зад}}(t) - \bar{J}_{\text{пот}}(t).$$

Три матриці L , K , R розмірності $(n \times n)$ лінеаризованої моделі (2) залежать від координат поточної робочої точки і можуть бути обчислені на основі виразів [19]:

$$L = [M^*]_{\text{РТ}}, \quad K = \left[\frac{\partial(N+H)}{\partial\theta} \right],$$

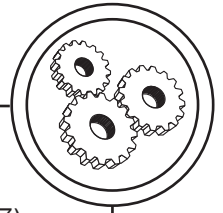
$$R = \left[\frac{\partial(N+G)}{\partial\theta} \right], \quad (3)$$

де $[M^*]_{\text{РТ}}$ — зведена до робочої точки симетрична додатно визначена матриця інерції розмірності $(n \times n)$; N , H , G — зведені до робочої точки відцентрові сили, сили Кориоліса та сили гравітації, відповідно.

Із рівнянь (1)–(3) можна зробити висновок, що матриця L завжди симетрична, додатно визначена, отже, не вироджена.

Рівняння (2) являє собою систему зв'язаних лінійних диференціальних рівнянь, що описують динаміку РМ у відхиленнях за наявності збурень в околі поточної робочої точки (РТ).

Щоб отримати лінеаризоване диференціальне рівняння введе-



мо наступні позначення для узагальнених координат:

$$v_i = \theta_i; \quad w_{i+1} = \frac{d\theta_i}{dt}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Враховуючи, що:

$$\bar{x} = (\bar{v}, \bar{w})^T; \quad \bar{J}(t) = \bar{u}(t),$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{w}(t),$$

рівняння (2) можна записати як:

$$\begin{aligned} & (d\bar{w}(t)/dt) + L^{-1}K\bar{w}(t) + \\ & + L^{-1}R\bar{v}(t) = L^{-1}\bar{J}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Враховуючи ці позначення, рівняння (4) в стандартній формі Коші запишеться як:

$$\dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t), \quad (5)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t), \quad (6)$$

де $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$, $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$, $\bar{u} \in \mathbb{R}^k$, A, B, C — постійні матриці відповідної розмірності, зокрема, матриця A є блочною, тобто

$$A = \{A_{jr}\}, \quad (j, r = 1, 2), \quad \text{де } A_{11} = E,$$

$$A_{12} = 0, \quad A_{21} = L^{-1}K, \quad A_{22} = L^{-1}R.$$

Припускаємо, що РМ — це об'єкт, що повністю спостерігається, тобто в рівнянні (6) матриця $C = E$, тобто діагональна, одинична. Таке припущення не є принциповим і у даному випадку застосовується для більш наочного представлення результатів.

Відомо, що закон управління багатовимірного ПІД-регулятора має вид [9, 10]:

$$\begin{aligned} \bar{u}(t) &= P\bar{v}(t) + \\ & K_I\bar{v}(t) + P_D\bar{w}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

де матриці P, K_I, P_D — константи відповідної розмірності, які є коефіцієнтами підсилення пропорційної, інтегральної та диференціальної складових ПІД-регулятора.

Введемо також для системи (5–6) квадратичний функціонал якості виду:

$$\begin{aligned} F(\bar{x}, \bar{u}) &= \\ &= \int \bar{x}^T (G\bar{x} + \bar{u}^T Q\bar{u}) dt, \end{aligned} \quad (8)$$

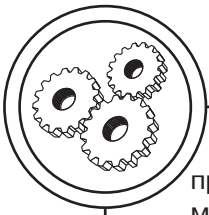
де G, Q — діагональні матриці постійних коефіцієнтів відповідної розмірності.

Окрім цього, враховуючи, що для лінійних систем діє принцип суперпозиції, розглянемо спочатку задачу налаштування пропорційної та диференціальної частин ПІД-регулятора (7) системи (5–6), тобто:

$$\bar{u}(t) = P\bar{x}(t) + P_D\dot{\bar{x}}(t). \quad (9)$$

За таких припущень і позначень задану задачу можна сформулювати наступним чином: синтезувати багатовимірний ПІД-регулятор стабілізації точок позиціонування робочого органу РМ, що реалізує закон управління (9) та мінімізує функціонал (8).

В такій постановці дана задача є класичною задачею АКОР — аналітичного конструювання оптимальних регуляторів. Основний недолік методів АКОР полягає у відсутності безпосереднього зв'язку коефіцієнтів функціоналу (7) з динамічними показниками перехідних процесів в режимі стабілізації. Щоб усунути цей недолік



пропонується застосувати метод модального синтезу закону стабілізації (9) на основі запропонованого авторами в [18] методу невизначених коефіцієнтів, який в цій статті узагальнюється для багатомірною (векторного) управління із застосуванням принципу суперпозиції. Для реалізації даного підходу спочатку приймемо в (9) $P_D = 0$ та визначимо оптимальні значення $P(p_1, p_2, \dots, p_n)$ пропорційної частини ПІД-регулятора.

Етап 1. Приймаємо $u = (u_1, 0, \dots, 0)^T$, $u_1 = u$. Відомо [16], що для систем виду (5–6), що є повністю спостережними ($C = E$), за квадратичного критерію (8) оптимальне управління u є лінійною функцією стану $u = P^T x$, при цьому вектор коефіцієнтів зворотного зв'язку $P(p_1, p_2, \dots, p_n)$ можна вибрати таким чином, що полюси замкненої системи (5–6) будуть розташовані в наперед заданих довільних точках, що забезпечують необхідні динамічні характеристики. Таким чином, задача зводиться до визначення оптимальної області розташування полюсів та обчислення за їх значеннями коефіцієнтів зворотного зв'язку.

Метод невизначених коефіцієнтів. Припустимо, що згідно з роботою [18] значення полюсів відомо, покажемо, що коефіцієнти $P(p_1, p_2, \dots, p_n)$ лінійно входять до виразу для коефіцієнтів характеристичного поліному замкнутої системи при відповідних степенях λ :

$$\det(\lambda) = |A + BP^T - E\lambda| = \begin{bmatrix} a_{11} + b_1 p_1 - \lambda & \dots & a_{1n} + b_1 p_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} + b_n p_1 & \dots & a_{nn} + b_n p_n - \lambda \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Дійсно, припустимо, що

$$\frac{b_j}{b_k} \neq 0 (j, k = 1, \bar{n}).$$

Тоді, віднімаючи від j -го рядка k -ий ($j \neq k$), помно-

жений на $\frac{b_j}{b_k}$, отримаємо визнач-

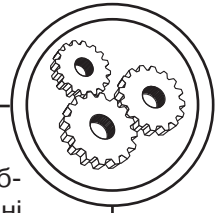
ник, що дорівнює початковому (9), в якому коефіцієнти зворотного зв'язку $P(p_1, p_2, \dots, p_n)$ входять в k -ий рядок. Розкриваючи його за елементами цього рядка та групуючи члени при відповідних степенях λ , отримаємо остаточний вираз:

$$H(\lambda) = \lambda^n + \left(\sum_{i=1}^n c_{n-1,i} p_i + d_{n-1} \right) \lambda^{n-1} + \dots + \left(\sum_{i=1}^n c_{0,i} p_i + d_0 \right),$$

Або

$$H(\lambda) = \lambda^n + \left(\bar{c}_{n-1}^T \bar{p} + d_{n-1} \right) \lambda^{n-1} + \dots + \left(\bar{c}_0^T \bar{p} + d_0 \right). \quad (11)$$

Невідомі параметри c_{ji} , d_j ($j = 0, n-1, i = 1, n$) обчислюємо за $(n+1)$ крок методом невизначених коефіцієнтів. Для цього на першому кроці припускаємо, що $p_i = 0$ ($i = 1, n$) у визначнику (10), і розкриваючи його одним із методів [19], знаходимо, що потрібні коефіцієнти при різних степенях λ визначають невідомі коефіцієнти d_j ($j = 0, n-1$) у виразі (10) при відповідних степенях λ . На наступних n кроках, приймаючи послідовно один із коефіцієнтів p_i ($i = 1, n$) таким, що дорівнює одиниці, а інші нулю, розкриваємо визначник (10) і отримуємо вираз для невідомого



параметру c_{ji} при відповідному степені $\lambda^j (j = 0, n - 1)$:

$$c_{ji} = f_j - d_i, \quad (12)$$

де f_j — коефіцієнт при λ^j в i -му характеристичному визначнику. Характеристичний поліном замкнутої системи (10) з необхідними коренями $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ має вигляд:

$$F(\lambda) = \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i) = \sum_{j=0}^{n-1} \gamma_j \lambda^j + \lambda^n. \quad (13)$$

В результаті, порівнюючи вирази в (11) та (13) при однакових степенях $\lambda^j (j = 0, n - 1)$ і приймаючи до уваги (12), отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для обчислення коефіцієнтів зворотного зв'язку:

$$\text{col}(c^T, c^T, \dots, c^T)P = \bar{\gamma} - \bar{d}, \quad (14)$$

де $\bar{\gamma} = (\gamma_{n-1}, \gamma_{n-1}, \dots, \gamma_0)$,

$$\bar{d} = (d_{n-1}, d_{n-2}, \dots, d_0).$$

Таким чином, розв'язавши систему (14) для першої складової вектору управління \bar{u} , отримуємо

$$u_1 = p_{11}x_1 + \dots + p_{1n}x_n.$$

Етап 2. Замикаємо систему (5–6) отриманим значенням управління u_1 . Приймаємо

$$\bar{u} = (0, u_2, 0, \dots, 0), \quad u_2 = u.$$

Враховуючи це, формуємо новий визначник виду (10) і, повторюючи обчислення першого кроку, отримуємо:

$$u_2 = p_{21}x_1 + \dots + p_{2n}x_n.$$

Продовжуючи таким чином обчислення формуємо всі наступні складові вектору u включно до n -ї.

...

Етап n . Замикаємо систему (5–6) отриманим значенням управління u_{k-1} . Приймаємо $u = (0, 0, \dots, u_k)$, $u_k = u$ та повторюючи всі дії першого і наступних етапів маємо:

$$u_n = p_{k1}x_1 + \dots + p_{nn}x_n.$$

Далі для отриманих значень вектору P , враховуючи (5) та (9), формуємо рівняння замкнутої за швидкістю оптимальної системи у виді:

$$\dot{\bar{x}}(t) = (A^* + BP_D A^*)\bar{x}(t),$$

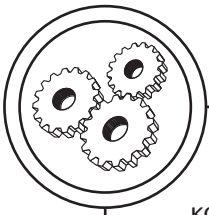
де $A^* = (A + BP)$.

Для знаходження оптимальних значень вектору P_D знову скористаємось описаною вище процедурою з тим же спектром бажаних значень коренів $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

В результаті, на основі принципу суперпозиції обчислимо матрицю коефіцієнтів пропорційної та диференціальної частини ПІД-регулятора (9). Алгоритм вибору бажаного спектру коренів, що забезпечить задані динамічні показники перехідних процесів режиму стабілізації, запропоновано авторами в статті [18]. Такий вибір двох матриць коефіцієнтів P, P_D дозволяє отримати практично ідеальну криву управління, яка задовольняє задані динамічні показники перехідних процесів в режимі стабілізації кінематичних пар робота-маніпулятора.

$$K_1 = \varepsilon(CA^{-1}B)\uparrow, \rightarrow (15)$$

де ε — скалярний параметр управління.



Такий регулятор виконує деконпозицію системи (5), (6) за стійкими станами. Дійсно, матриця $(CA^{-1}B)^T$ є фундаментальною, яка точно передається при нульовій частоті. Знак \uparrow у формулі (14) означає операцію псевдоінверсії, яка для прямокутної матриці обчислюється як:

$$G\uparrow = G^T(GG^T)^{-1}. \quad (16)$$

В даному випадку за умови, що $C = E$, $B = E$, $A^{-1}A = E$, інтегральний коефіцієнт ПІД-регулятора $K_I = \varepsilon I$ — це одинична діагональна матриця, помножена на скалярну величину ε . Скалярний параметр ε в (15) можна легко вибрати при моделюванні заданого руху робота-маніпулятора.

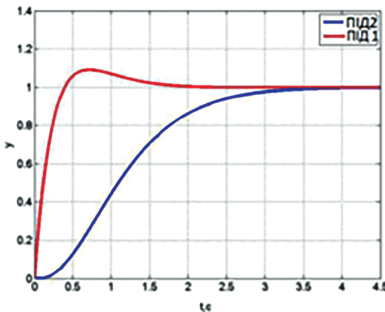
Для оцінки запропонованого модального підходу проведено комп'ютерне моделювання наступним чином: було прийнято, що лінеаризована динаміка i -тої ланки багатовимірного ПІД-регулятора описується системою рівнянь другого порядку [10].

Закон управління ПІД-регулятора визначається згідно (7). Позначив налаштований приведеним в статті модальним мето-

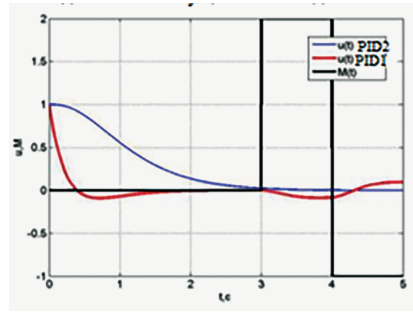
дом ПІД-регулятор як ПІД2-регулятор, спершу проведено моделювання перехідних процесів для i -ї кінематичної пари РМ порівняно з налаштуванням перехідних характеристик за методом Зіглера-Нікольса (ПІД1-регулятор) за відсутності збурення і за його наявності (рис. 3).

Крім того, проведено порівняльне моделювання перехідних процесів стабілізації робочого органу РМ, отриманих за допомогою АКОР та запропонованого в статті модального синтезу, для двох випадків відхилення від заданої точки позиціонування: а) $x_{10} = 1$ см; $x_{20} = 0$; б) $x_{10} = 5$ см; $x_{20} = 0$.

З графіків (рис. 3) видно, що для i -ї кінематичної пари маніпулятора порівняно з налаштуванням перехідних характеристик за методом Зіглера-Нікольса (ПІД1-регулятор) перехідний процес ПІД2-регулятора має аперіодичний характер без перерегулювання, при наявності збурення є менш коливальним. З графіків (рис. 4) видно, що запропонований в статті метод модального синтезу є більш ефективним,



а



б

Рис. 3. Перехідні процеси ПІД1- та ПІД2-регуляторів: за відсутності збурення (а); за наявності збурення $M(t)$ (б)

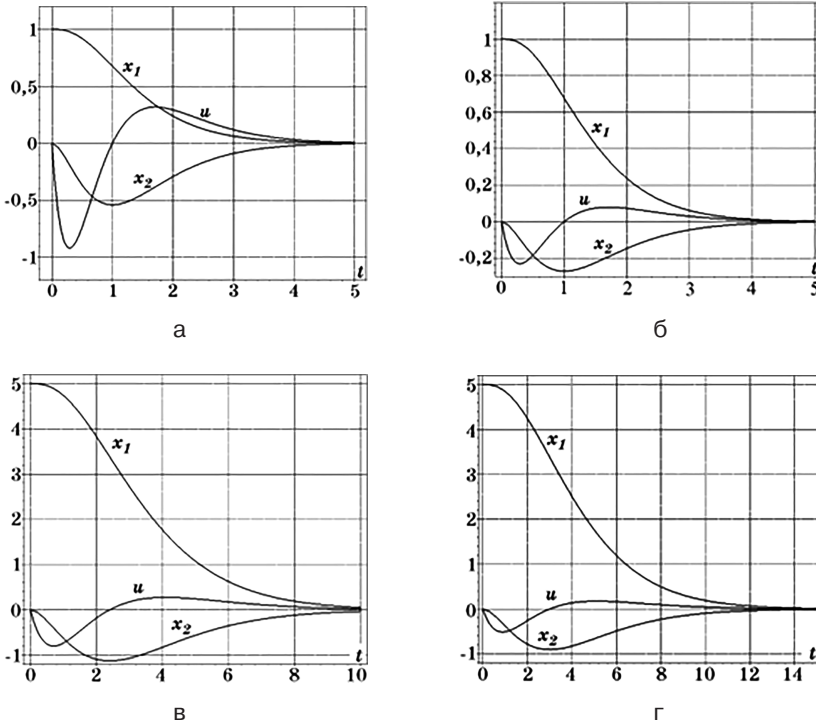
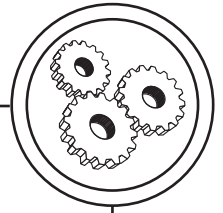


Рис. 4. Перехідні процеси, отримані АКОР (а, в) і модальним синтезом (б, г)

ніж метод АКОР з точки зору забезпечення заданих динамічних параметрів перехідних процесів стабілізації (в даному випадку час стабілізації і ступінь коливань).

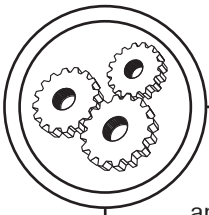
Висновки

Ефективність практичного застосування РМ значною мірою визначається якістю та швидкістю виконання ними заданих операцій в різних режимах функціонування. Якість управління в свою чергу залежить від точності позиціонування робочого органу

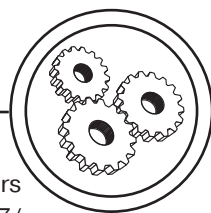
маніпулятора. Це обумовило актуальність запропонованого авторами підходу, в якому пропонується процедура налаштування параметрів багатовимірних ПІД-регуляторів на основі модального синтезу закону стабілізації з використанням запропонованого методу невизначених коефіцієнтів та принципу суперпозиції. Даний підхід є універсальним і може застосовуватись для стабілізації функціонуванні технічних об'єктів різного типу.

Список використаної літератури

1. Bettiol M. Industrial districts and the fourth industrial revolution / M. Bettiol, M. Capestro, V. De Marchi, E. Di Maria, S. R. Sedita // Competitiveness Review. 2021. 31(1). pp. 12–26. <https://doi.org/10.1108/CR-12-2019-0155>.
2. Hwang Y.-L. Dynamic analysis and control of industrial robotic manipulators / Y.-L. Hwang, J.-K. Cheng, V.-T. Truong // Applied Mechanics and Materials. 2018. 88. pp. 30–36.



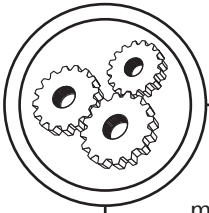
3. Angeles J. Fundamentals of Robotic Mechanical System: Theory, Methods, and Algorithms / J. Angeles // Springer. 2003. 521 p.
4. Kaltsoukalas K. On generating the motion of industrial robot manipulators / K. Kaltsoukalas, S. Makris, G. Chryssolouris // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2015. 32. pp. 65–71.
5. Penttinen J. Multivariable tuning regulators for unknown systems / J. Penttinen, H. N. Koivo // Automatica (Journal of IFAC). 1980. 16(4). pp. 393–398. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(80\)90023-0](https://doi.org/10.1016/0005-1098(80)90023-0).
6. Monaco S. Linearization by output injection under approximate sampling / S. Monaco, D. Normand-Cyrot // European Journal of Control. 2009. 15(2). pp. 205–217.
7. Moreno-Valenzuela J. Velocity field control of robot manipulators by using only position measurements / J. Moreno-Valenzuela // Journal of the Franklin Institute. 2007. 344(8). pp. 1021–1038.
8. Berbyuk V. E. Optimization problems of controlled multibody systems having spring-damper actuators / V. E. Berbyuk, A. E. Boström // International Applied Mechanics. 2001. 37(7). pp. 935–940.
9. Åström K. J. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning (2nd ed.) / K. J. Åström, T. Hägglund. Research Triangle Park, NC: International Society of Automation (ISA). 1995. 343 p.
10. М. В. Демидюк. Параметрична оптимізація кінематичної структури та руху дволанкового маніпулятора / М. В. Демидюк, В. М. Демидюк // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2020. 48. pp. 36–48. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2020-48-03>.
11. Astrom K. J. Advanced PID control / K. J. Astrom, T. Hagglund // The Instrumentation, Systems, and Automation Society. 2005. 461 p.
12. Ang K. H. PID control system analysis, design, and technology / K. H. Ang, G. Chong, Y. Li // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2005. 13(4). 559–576.
13. Li Y. Patents, software, and hardware for PID control: An overview and analysis of the current art / Y. Li, K. H. Ang, G. C. Y. Chong // IEEE Control Systems Magazine. February, 2006. pp. 41–54.
14. Landau I. D. From robust control to adaptive control / I. D. Landau // Control Engineering Practice. 1999. 7(9). pp. 1113–1124.
15. Davison E. I. Robust control of general servomechanism problem / E. I. Davison, A. Goldenberg // Automatica (Journal of IFAC). 1975. 11. pp. 461–471. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)67744-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)67744-9).
16. І. А. Поліщук. Налаштування ПІД-регулятора на основі методу прямого синтезу для об'єктів другого порядку із запізненням / І. А. Поліщук // Наукові праці ВНТУ. 2023. № 2. С. 1–11.
17. Davison E. I. Multivariable tuning regulators / E. I. Davison // IEEE Transactions on Automatic Control. 1976. AC-21(1). pp. 35–47.
18. Stenin A. Method of uncertain coefficients in problems of optimal stabilization of technological processes / A. Stenin, I. Drozdovych, M. Soldatova // Radio Electronics, Computer Science, Control. 2020. 1(52). pp. 209–217.



19. Süli E. An Introduction to Numerical Analysis / E. Süli, D. F. Mayers Cambridge University Press. 2012. 444 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511801181>.

References

1. Bettiol, M., Capestro, M., De Marchi, V., Di Maria, E., & Sedita, S. R. (2021). Industrial districts and the fourth industrial revolution. *Competitiveness Review*, 31(1), 12–26. <https://doi.org/10.1108/CR-12-2019-0155>.
2. Hwang, Y.-L., Cheng, J.-K., & Truong, V.-T. (2018). Dynamic analysis and control of industrial robotic manipulators. *Applied Mechanics and Materials*, 88, 30–36.
3. Angeles, J. (2003). *Fundamentals of Robotic Mechanical System: Theory, Methods, and Algorithms*. Springer, 521 p.
4. Kaltsoukalas, K., Makris, S., & Chryssolouris, G. (2015). On generating the motion of industrial robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 32, 65–71.
5. Penttinen, J., & Koivo, H. N. (1980). Multivariable tuning regulators for unknown systems. *Automatica (Journal of IFAC)*, 16(4), 393–398. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(80\)90023-0](https://doi.org/10.1016/0005-1098(80)90023-0).
6. Monaco, S., & Normand-Cyrot, D. (2009). Linearization by output injection under approximate sampling. *European Journal of Control*, 15(2), 205–217.
7. Moreno-Valenzuela, J. (2007). Velocity field control of robot manipulators by using only position measurements. *Journal of the Franklin Institute*, 344(8), 1021–1038.
8. Berbyuk, V. E., & Boström, A. E. (2001). Optimization problems of controlled multibody systems having spring-damper actuators. *International Applied Mechanics*, 37(7), 935–940.
9. Åström, K. J., & Häggglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Research Triangle Park, NC: International Society of Automation (ISA), 343 p.
10. Demydiuk, M. V., & Demydiuk, V. M. (2020). Parametrychna optymizatsiia kinematychnoyi struktury rukhu dvolankovoho manipulatora [Parametric optimization of the kinematic structure of the two-link manipulator movement]. *Visnyk Kharkivskoho Natsionalnoho Universytetu imeni V. N. Karazina, Seriya Matematychnie Modeliuvannia. Informatsiini Tekhnolohii. Avtomatyzovani Systemy Upravlinnia*, (48), 36–48. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2020-48-03> [in Ukrainian].
11. Astrom, K. J., & Hagglund, T. (2005). *Advanced PID control. The Instrumentation, Systems, and Automation Society*, 461 p.
12. Ang, K. H., Chong, G., & Li, Y. (2005). PID control system analysis, design, and technology. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(4), 559–576.
13. Li, Y., Ang, K. H., & Chong, G. C. Y. (February, 2006). Patents, software, and hardware for PID control: An overview and analysis of the current art. *IEEE Control Systems Magazine*, 41–54.
14. Landau, I. D. (1999). From robust control to adaptive control. *Control Engineering Practice*, 7(9), 1113–1124.



15. Davison, E. I., & Goldenberg, A. (1975). Robust control of general servo-mechanism problem. *Automatica (Journal of IFAC)*, 11, 461–471. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)67744-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)67744-9).

16. Polishchuk, I. A. (2023). Nalashchuvannia PID-rehuliatora na osnovi metodu priamoho synthezu dlia obektiv druhooho poriadku iz zapysom [PID controller tuning based on direct synthesis method for second-order systems]. *Naukovi pratsi VNTU*, 2, 1–11 [in Ukrainian].

17. Davison, E. I. (1976). Multivariable tuning regulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-21(1), 35–47.

18. Stenin, A., Drozdovych, I., & Soldatova, M. (2020). Method of uncertain coefficients in problems of optimal stabilization of technological processes. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 1(52), 209–217.

19. Süli, E., & Mayers, D. F. (2012). *An Introduction to Numerical Analysis*. Cambridge University Press. 444 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511801181>.

To stabilize the working body at a given positioning point, a modal approach to the optimal tuning of the parameters of the proportional and differential parts of the multidimensional PID controller is proposed based on the original method of uncertain coefficients and the principle of superposition. To eliminate the static error, it is proposed to use the Davison method of tuning the integral part of the PID controller.

Keywords: robot manipulator; multidimensional PID controller; modal tuning of PID controller parameters; method of uncertain coefficients; principle of superposition.

Надійшла до редакції 01.09.24