

УДК 686.1.023.2

DOI: 10.20535/2077-7264.2(84).2024.309161

© П. О. Киричок, д-р техн. наук, проф., Д. О. Палюх, асп.,
КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

ОПТИМІЗАЦІЯ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ ОБКЛАДИНОК ПІД ЧАС ФАЛЬЦЮВАННЯ

Об'єктом дослідження є процеси чисельного аналізу та прогнозування ймовірності виникнення деформацій під час фальцювання інтегральних обкладинок. Аналітичні та експериментальні дослідження базуються на розробці вдосконалених методів чисельного аналізу для оцінки деформаційних характеристик матеріалів.

Ключові слова: чисельний аналіз; прогнозування деформацій; інтегральні обкладинки; фальцювання; оптимізація процесу.

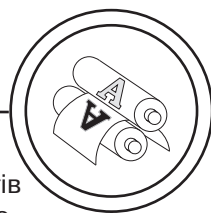
Вступ

Дослідження та розробка ефективних методів чисельного аналізу в теорії розрахунку набувають особливої значущості в сучасному науково-технічному середовищі, де акцент на інноваційні підходи та оптимізацію виробничих процесів стає все більш помітним. Інтеграція цих методів дозволяє підвищити точність і надійність розрахунків, що є важливим чинником для розвитку нових технологій і вдосконалення наявних виробничих систем.

Розрахунок міцності клеєних сегментним способом інтегральних обкладинок [1] включає аспекти механіки матеріалів, хімії клеїв і фізики поверхні для комплексного підходу в розробці чисельного аналізу в теорії розрахунку. Значну частину дослідження присвячено виявленню мето-

дики чисельного аналізу, яка застосована для оцінки деформаційних характеристик матеріалів під час фальцювання. Використано метод кінцевих елементів, який значно сприяє підвищенню точності прогнозування та зниженню ризиків утворення дефектів. Метод кінцевих елементів виділяється своєю високою точністю та можливістю моделювання складних геометричних форм.

Метою цієї статті є не лише демонстрація ефективності цього методу, а й його значущість у контексті сучасних вимог до оптимізації виробничих процесів та забезпечення якості книжкових виробів. У цьому контексті особлива увага приділяється дослідженню процесів прогнозування ймовірності виникнення деформацій інтегральних обкла-



дино, відповідального аспекту для забезпечення їхньої довговічності та функціональності. Цей підхід не тільки сприяє покращенню якості та експлуатаційній тривалості книжкових виробів, а й сприяє розвитку технологій друкарства відповідно до вимог сталого розвитку та ефективного використання ресурсів.

Чисельний аналіз є сучасним інструментом для оптимізації виробничих процесів. Метод дозволяє сформулювати передбачення поведінки матеріалів та виробів у різноманітних умовах експлуатації, що є перспективним для підвищення надійності та довговічності інтегральних обкладинок.

Постановка проблеми

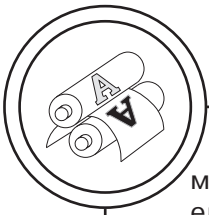
В умовах швидкого розвитку поліграфічної індустрії виникає постійна потреба в удосконаленні палітурних матеріалів та технологій виготовлення книжкової продукції. Сучасні вимоги до якості, ефективності та екологічної безпеки інтегральних обкладинок диктують необхідність впровадження новітніх методів та підходів у виробництві. Це включає розробку ресурсощадних та ергономічних рішень, які забезпечують високу зносостійкість і функціональність кінцевої продукції, а також оптимізацію виробничих процесів для зменшення відходів і зниження собівартості. Інноваційні матеріали та технології, такі як багат шарові композиції, нові методи обробки та використання чисельного моделювання, сприяють створенню обкладинок, що відповідають сучасним стандартам і запитам ринку.

Одним із важливих аспектів цього процесу є точне прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання для забезпечення високої якості продукції. Оптимізація чисельного аналізу для прогнозування деформацій інтегральних обкладинок під час фальцювання є складним завданням, що включає врахування варіативності механічних властивостей матеріалів, впливу динамічних умов виробництва та взаємодії з іншими технологічними процесами. Сьогодні існує багато досліджень, присвячених чисельному аналізу деформацій у різних галузях. Проте, недостатньо уваги приділено комплексному вивченню впливу цих чинників саме в контексті поведінки розгортки інтегральних обкладинок під час фальцювання.

Метою даного дослідження є розробка та оптимізація моделей чисельного аналізу для прогнозування деформацій книжково-журнальних інтегральних обкладинок. Для досягнення поставленої мети необхідно провести аналіз впливу механічних властивостей матеріалів, умов фальцювання та взаємодії з іншими виробничими процесами, розробити та експериментально перевірити чисельні моделі, а також оцінити ефективність запропонованих підходів.

Аналіз попередніх досліджень

Прогрес у галузі чисельного аналізу та оптимізації виробничих процесів сприяв удосконаленню методів прогнозування деформацій інтегральних обкладинок під час фальцювання. Чисельні



методи, такі як метод скінченних елементів (FEM) та інші обчислювальні техніки, стали важливими інструментами для моделювання поведінки матеріалів у процесі фальцювання. Дослідження в цій галузі дозволили більш глибоко вивчити механічні властивості матеріалів та їхню реакцію на різні види навантажень, що виникають під час виробництва обкладинок.

Важливим аспектом цих досліджень стало вивчення взаємозв'язку між параметрами чисельного аналізу та чинниками, що впливають на деформації матеріалів. Зокрема, виявлено, що точність прогнозування деформацій значно залежить від вибору параметрів моделювання, таких як розмір елементів сітки, тип граничних умов та матеріальні властивості. Це призвело до розробки оптимізованих чисельних моделей, які забезпечують більш точні передбачення і допомагають зменшити ймовірність виникнення дефектів під час фальцювання.

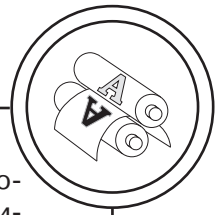
У статті [2] подано огляд віртуальних методів автоматизованих виробничих процесів. Чисельне моделювання використовується для прогнозування розподілу напруги та температури, пружності, потоку матеріалу та прогнозування фазових перетворень, а також для визначення сил формування та місць потенційного зморщування та розтріскування. Однак, не розглянуто вплив мікроструктурних змін матеріалів на їх поведінку під час обробки.

Авторами дослідження [3] запропоновано кілька підходів до моделювання для аналізу різних властивостей паперу. Важливи-

ми аспектами цієї роботи є інтеграція тривимірного підходу до моделювання паперу та використання нових технік динамічного склеювання, що разом забезпечує більш точне і надійне моделювання механічних властивостей паперових матеріалів. Проте, дослідження не включає аналіз впливу вологи та температурних коливань на механічні властивості паперу, а також варіативність властивостей паперу, використовуваного для виготовлення розгорток інтегральних обкладинок.

Змістовну частину статті [4] зосереджено на розробці спрощених моделей для прогнозування загальної жорсткості на стиск і міцності картону, використовуючи несиметричний 5-шаровий зразок. Для точних вимірювань застосовано віртуальні тензодатчики та відеоекстензометрію, а також створено 3D-числову модель на основі методу скінченних елементів для імітації результатів експерименту. Результати показали високий рівень узгодження між експериментальними, аналітичними та чисельними даними, підтверджуючи ефективність запропонованої аналітичної моделі для визначення жорсткості та міцності картону. Однак, дослідження не охоплює аналізу впливу довготривалих навантажень і вологості на характеристики картону, а також можливих дефектів матеріалу, які можуть виникати під час виготовлення обкладинок.

В статті [5] описано керований вихідними даними процес проектування і виготовлення матеріалів з бажаними деформаційними властивостями, починаючи



з вимірювання деформаційних характеристик матеріалів. Ефективність процесу підтверджено шляхом порівняння моделювання з експериментальними результатами та виготовлення об'єктів з різнорідних матеріалів. Однак, дослідження не передбачає аналізу впливу мікроструктурних змін та умов експлуатації на деформаційні властивості матеріалів.

У наступному дослідженні [6] запропоновано метод одночасного механічного випробування для оцінки зморщування волокнистих листових матеріалів шляхом їх деформації. Розроблена методологія та прилад забезпечують ефективне вимірювання зморщуваності, значно покращуючи можливості промислового застосування та дизайну цих матеріалів, зокрема для оцінки ступеня зморщування на основі тесту на згортання. Проте, дослідження не охоплює впливу різних типів волокон та їхніх комбінацій на зморщування. Також не враховується вплив довготривалих навантажень і умов експлуатації, що обмежує розуміння поведінки волокнистих матеріалів при виготовленні інтегральних обкладинок.

Основною метою статті [7] є розробка методів оцінювання зразків матеріалів на основі целюлози для пакувальних виробів за допомогою якісного рейтингу характеристик згинання, проведеного в цьому дослідженні. Визначено чотири якісні параметри згинання, для яких надано числове ранжування. Моделювання методом кінцевих елементів здійснено для проведення чисельного механічного аналізу. Завершальні результати показали, що

питомий модуль матеріалів корелює з якісними характеристиками згинання досліджуваних матеріалів. Проте, дослідження не містить аналізу впливу чинників, необхідних для забезпечення комплексного оцінювання характеристик матеріалів на основі целюлози.

Автори статті [8] представили результати досліджень методів згинання картонних розгортки, які використовуються у виробництві пакувань. Мета дослідження полягала в порівнянні технологічних процесів згинання для визначення їхнього впливу на продуктивність виготовлення пакувань. Для цього проведено серію експериментів, що включали процеси перетворення та вимірювання, з метою виявлення відмінностей між різними методами згинання. Однак, в роботі відсутні дослідження процесів згинання клапанів пакувань з подальшим їх приклеюванням до основної частини розгортки, що надало б можливість дослідити точність і надійність з'єднань при формуванні завершеного виробу.

Зростаючий попит на стійкі та інноваційні матеріали в дизайні поліграфічної продукції спонукав до проведення дослідження [9], яке вивчає використання паперових матеріалів з ламінованою алюмінієвою плівкою. У цьому дослідженні проаналізовано умови та результати біговання та фальцювання таких матеріалів, що дозволяє оптимізувати ці процеси для покращення якості кінцевої продукції. Показано, що використання алюмінієвої плівки значно підвищує міцність і стійкість виробів до зовнішніх впливів та запобігає розшаруванню місць



загинання. Проте відсутні порівнювальні дослідження згинань паперових матеріалів з ламінацією полімерними плівками, які широко використовуються у виготовленні інтегральних обкладинок.

Аналіз кінцевих елементів (FE) використано в роботі [10] у процесі проектування розгорток пакування для вивчення полів напружки та деформації, які виникають під час фальцювання конструктивних деталей пакування. Вхідні параметри, необхідні для моделювання, розраховано на основі характеристик матеріалу пакування за стандартного клімату (50 % відносної вологості та 23° C) та лінійного співвідношення між механічними властивостями матеріалу та вмістом вологи, встановленим у попередніх дослідженнях. Встановлено, що для забезпечення стабільності конструкції пакування за умов регульованого рівня вологості необхідними властивостями матеріалу є міцність і жорсткість у площині, а також модулі зсуву поза площиною.

Для чисельного аналізу процесу розшарування картону під час механічного навантаження при виготовленні обкладинок запропоновано [11] модель безперервного пошкодження. Ця модель використовує одну ізотропну змінну пошкодження, яка змінюється синхронно з пластичними деформаціями. Основним застосуванням цієї моделі є згинання по лінії бігування та подальше формування згинів, що використовуються для створення пакування, зокрема для фіксації складок та згинів. Модель відкалібрована за результатами експериментів зі згортання, а

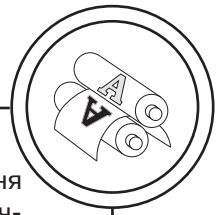
запропонована стратегія масштабування зменшує залежність від сітки, демонструючи свій потенціал на ілюстративному 3D-прикладі згинання картону. Однак, відсутні дослідження, що стосуються згинання по лінії бігування подвійних клеєних зразків картону, які можуть бути використані для виготовлення інтегральних обкладинок з хром-ерзацу.

Для підвищення точності та ефективності моделювання розробляються вдосконалені чисельні методи, що комбінують традиційний аналіз із сучасними технологіями, такими як машинне навчання. Використання нейронних мереж для аналізу деформацій дозволяє досягти вищої точності порівняно з традиційними методами. Таким чином, удосконалення чисельного аналізу для прогнозування ймовірності виникнення деформацій під час фальцювання інтегральних обкладинок є важливим напрямом досліджень. Це сприяє підвищенню якості та надійності кінцевого продукту, а також оптимізації виробничих процесів у поліграфічній галузі.

Мета роботи

Аналітичне дослідження процесів оптимізації чисельного аналізу для прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання. Це дозволить розробити ефективні методи та рекомендації для підвищення якості та надійності виготовлення інтегральних обкладинок. Для досягнення мети необхідно:

— дослідити вплив варіативності механічних властивостей матеріалів на точність прогнозування деформацій обкладинок;



— оптимізувати чисельні методи для забезпечення ефективного використання обчислювальних ресурсів;

— розробити комплексний багатофакторний аналіз для виявлення чинників, що впливають на деформації обкладинок.

Результати проведених досліджень

Основні етапи проблемної орієнтації процесів оптимізації чисельного аналізу для прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання мають враховувати варіативність механічних властивостей матеріалів, вплив процесу фальцювання та взаємодію з іншими процесами. Додатково, необхідно враховувати обмеження наявних чисельних моделей, інтеграцію сучасних технологій, обчислювальну складність та ефективність, практичне застосування результатів і комплексність багатофакторного аналізу. В табл. 1 наведено перелік основних викликів, які необхідно враховувати при розробці та оптимізації чисельного аналізу для прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання.

Варіативність механічних властивостей матеріалів зумовлена гетерогенністю матеріалів, що використовуються для обкладинок, і їхніми різними механічними властивостями, які залежать від складу, товщини, вологості та інших чинників. Крім того, багато волокнистих матеріалів, таких як картон хром-ерзац, мають анізотропні властивості, тобто їхні механічні характеристики змінюються залежно від напрямку навантаження, що значно ускладнює точне моделювання.

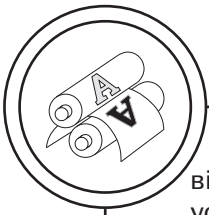
Вплив процесу фальцювання передбачає виникнення динамічних навантажень, під час яких матеріал піддається різноманітним впливам, що може призводити до різних форм деформацій і пошкоджень. Крім того, змінні виробничі умови фальцювання, такі як температура, вологість і швидкість процесу, можуть значно впливати на поведінку матеріалу, що ускладнює прогнозування.

Зв'язок з іншими етапами виробництва, такими як бігування та приклеювання, через складні геометричні форми розгортки інтегральних обкладинок додає складності до моделі оптимізації чисельного аналізу. Взаємодія різних шарів матеріалу, включаючи адгезію та тертя, впливає на загальну поведінку обкладинки у виробництві й потребує точного врахування в моделі.

Значна частина наявних моделей чисельного аналізу використовують спрощені припущення, які не враховують всіх важливих чинників, що впливають на деформації. Крім того, ці моделі часто не охоплюють всі можливі умови експлуатації, такі як довготривалі навантаження та вплив вологості клейових сполук, що обмежує їх практичну застосовність.

Інтеграція технологій штучного інтелекту та використання нових методів вимірювання, таких як відеоекстензометрія та віртуальні тензодатчики, може значно покращити точність моделей. Однак це вимагає значних інвестицій і спеціалізованих знань.

Збільшення точності чисельних методів та здатність ефективно працювати на різних масштабах,



від мікрорівня до макрорівня, ускладнюють реалізацію моделей і часто призводять до зростання обчислювальних витрат. Це вимагає оптимізації алгоритмів для забезпечення прийняттого часу розрахунків.

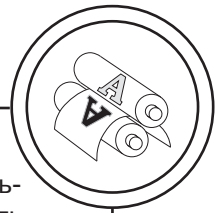
Врахування взаємозалежностей між різними чинниками, такими як механічні властивості матеріалів, умови виробництва та вплив довготривалих навантажень, є складним завданням. Це вимагає проведення аналізу чутливості для виявлення найбільш критичних чинників, що впливають на деформації, і потребує додаткових обчислювальних ресурсів.

Для прогнозування деформацій книжково-журнальних інтегральних обкладинок під час фальцювання необхідно врахувати кілька ключових чинників: прикладену силу, механічні властивості матеріалу обкладинки, геометрію фальцювальних пластин і умови фальцювання. Математичний опис прогнозування деформацій книжково-журнальних інтегральних обкладинок під час фальцювання базується на таких основних даних:

- ε — відносна деформація матеріалу обкладинки;
- σ_y — межа плинності матеріалу обкладинки (Па);

Таблиця 1
Проблемні орієнтації для моделі оптимізації чисельного аналізу

№	Проблемна орієнтація	Опис
1	Варіативність механічних властивостей матеріалів	Гетерогенність матеріалів та анізотропія механічних властивостей ускладнюють моделювання.
2	Вплив процесу фальцювання	Динамічні умови та змінні виробничі параметри впливають на точність прогнозування.
3	Взаємодія з іншими процесами	Складні геометричні форми, адгезія та тертя ускладнюють врахування взаємодії матеріалів.
4	Обмеження наявних чисельних моделей	Спрощені припущення та неповне охоплення умов експлуатації обмежують точність моделей.
5	Інтеграція сучасних технологій	Інтеграція машинного навчання та високоточних вимрювальних технологій потребує ресурсів та знань.
6	Обчислювальна складність та ефективність	Збільшення точності методів призводить до зростання обчислювальних витрат, необхідна оптимізація.
7	Практичне застосування результатів	Валідація та калібрування моделей, застосування результатів для оптимізації виробництва.
8	Комплексність багатфакторного аналізу	Врахування взаємозалежностей чинників, проведення аналізу чутливості потребує додаткових ресурсів.



F — прикладена сила під час фальцювання (Н);

S — площа поперечного перерізу матеріалу обкладинки (мм²);

E — модуль пружності матеріалу обкладинки (Па);

P_d — ймовірність виникнення деформацій та пошкоджень матеріалу обкладинки;

k — коефіцієнт безпеки (враховує чинники ризику і можливі похибки).

Відносна деформація матеріалу обкладинки визначається як:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/S}{E} = \frac{F}{S \cdot E}, \quad (1)$$

де σ — напруження в матеріалі обкладинки (Па).

Матеріал обкладинки зазнає деформацій та пошкоджень, коли напруження σ перевищує межу плинності σ_y :

$$\sigma = \frac{F}{S} > \sigma_y \Rightarrow F > \sigma_y \cdot S. \quad (2)$$

Ймовірність виникнення деформацій та пошкоджень матеріалу обкладинки можна виразити через коефіцієнт безпеки k і співвідношення прикладеної сили F до граничної сили F_{\max} :

$$P_d = P\left(\frac{F}{F_{\max}} > k\right), \quad (3)$$

або

$$P_d = P\left(\frac{F}{\sigma_y \cdot S} > k\right). \quad (4)$$

Припустимо, що прикладена сила F і гранична сила F_{\max} , або

$\sigma_y \cdot S$ підпорядковуються нормальному розподілу. Тоді ймовірність виникнення деформацій можна обчислити через нормальний розподіл:

$$P_d = P\left(\frac{F - \mu_F}{\sigma_F} > k \cdot \frac{\sigma_y \cdot S - \mu_{(\sigma_y \cdot S)}}{\sigma_{(\sigma_y \cdot S)}}\right), \quad (5)$$

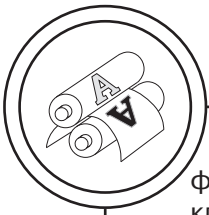
де μ_F і σ_F — середнє значення і стандартне відхилення сили F , $\mu_{(\sigma_y \cdot S)}$, і $\sigma_{(\sigma_y \cdot S)}$ — середнє значення і стандартне відхилення граничної сили $\sigma_y \cdot S$.

Можливо припустити, що розподіл напружень є симетричним і однорідним, тоді ймовірність виникнення деформацій та пошкоджень можна виразити через кумулятивну функцію нормального розподілу Φ :

$$P_d = 1 - \Phi\left(\frac{k \cdot \frac{\sigma_y \cdot S - \mu_{(\sigma_y \cdot S)}}{\sigma_{(\sigma_y \cdot S)}} - \frac{\mu_F}{\sigma_F}}{\sigma_{(\sigma_y \cdot S)}}\right). \quad (6)$$

Ця математична модель дозволяє оцінити ймовірність виникнення деформацій та пошкоджень матеріалу книжково-журнальних інтегральних обкладинок під час фальцювання, враховуючи напруження, коефіцієнт безпеки, модуль пружності та інші чинники ризику. Це забезпечує можливість прогнозування поведінки матеріалу в процесі фальцювання та дозволяє розробити заходи для мінімізації ризиків пошкоджень.

Систематизація ймовірностей виникнення деформацій та пошкоджень книжково-журнальних інтегральних обкладинок під час



фальцювання та приклеювання клапанів дозволяє виділити ключові чинники ризику (табл. 2). Це, своєю чергою, забезпечує основу для розрахунку оптимізації технологічного процесу та ефективного контролю за його параметрами.

Розглянемо процес оптимізації чисельного аналізу для прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання засобами диференційного обчислення. Формулювання задачі оптимізації полягає в мінімізації деформацій обкладинки під час фальцювання, основним критерієм якої є зменшення максимальної деформації або напруження в матеріалі. Функція цілі в цьому контексті може бути визначена як максимальна деформація або напруження у матеріалі, яку потрібно мінімізувати для досягнення оптимальних умов фальцювання:

$$\text{Minimize } f(u) = \max(\sigma(u)), \quad (7)$$

де $\sigma(u)$ — напруження, що залежить від вектора дислокації u .

Обмеження оптимізації чисельного аналізу можуть включати механічні властивості матеріалу, геометричні параметри та допустимі деформації:

$$\text{Subject to:} \quad (8)$$

$$K(u) = f \quad (9)$$

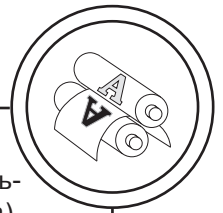
$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad (10)$$

де K — жорсткість матриці, f — вектор зовнішніх сил, u_{\min} та u_{\max} — мінімальні та максимальні значення дислокацій відповідно.

Розрахунок деформацій та напружень здійснено за допомогою методу скінченних елементів (FEM). Процес застосування цього методу включає кілька ключових кроків. Першим етапом є створення точної тривимірної моделі обкладинки, що включає моделюван-

Таблиця 2
Систематизація ймовірностей виникнення деформацій та пошкоджень інтегральних обкладинок під час фальцювання

№	Тип деформації (пошкодження)	Ймовірність	Причини
1	Згинання та зморщування	Висока	Помилкове налаштування фальцювальної машини, неякісний матеріал
2	Розтягнення або стиснення країв	Середня	Неточне позиціонування обкладинки під час приклеювання
3	Мікротріщини	Низька	Надмірне механічне навантаження
4	Розриви обкладинки	Низька	Надмірне натягнення, дефекти матеріалу
5	Відшарування клапанів	Середня	Недостатня адгезія, неякісний клей
6	Відколи та здирання поверхні	Низька	Надмірний тиск, збій обладнання



ня геометрії й врахування всіх необхідних деталей та особливостей. Далі проводиться розбиття геометрії обкладинки на скінченні елементи, що дозволяє спростити складні рівняння до більш керованих числових розрахунків через дискретизацію.

Наступним кроком є визначення властивостей матеріалу, які необхідні для формування жорсткісної матриці K . Це включає визначення таких механічних характеристик як модуль пружності, коефіцієнт Пуассона та інші параметри, що впливають на поведінку матеріалу. Потім задаються умови навантаження, що передбачає визначення граничних умов та формування вектора зовнішніх сил f , а також фіксацію обкладинки під час фальцювання.

Після цього виконується чисельний розрахунок для визначення розподілу деформацій та напружень в моделі. Результати аналізу дозволяють оцінити області з найбільшими деформаціями та напруженнями й здійснити оптимізацію процесу фальцювання. Завершальним етапом є розв'язання системи рівнянь $K(u) = f$, що забезпечує отримання вектора дислокацій u для подальшого аналізу й оцінки результатів.

Для оптимізації чисельного аналізу використано методи диференційного обчислення, такі як градієнтний спуск або метод Ньютона–Рафсона, який є чисельним методом для знаходження нулів функцій і розв'язання систем нелінійних рівнянь. Він використовується в оптимізації для мінімізації (або максимізації) функцій і належить до категорії методів другого порядку, оскільки

використовує інформацію не тільки про градієнт (перша похідна), але й про кривизну (друга похідна, або гессіан).

Градієнтний спуск полягає в ітеративному оновленні параметрів моделі в напрямку, протилежному до градієнта функції цілі.

Обчислення градієнта функції цілі:

$$\nabla f(u) = \frac{\partial f(u)}{\partial u}. \quad (11)$$

Оновлення параметрів:

$$u_{k+1} = u_k - \alpha \nabla f(u_k), \quad (12)$$

де α — крок оптимізації, $\nabla f(u_k)$ — градієнт функції цілі на k -тій ітерації.

Метод Ньютона–Рафсона використовує другу похідну (гессіан) для більш точного оновлення параметрів:

Обчислення гессіану:

$$H(u) = \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2}. \quad (13)$$

Оновлення параметрів:

$$u_{k+1} = u_k - \alpha H(u_k)^{-1} \nabla f(u_k). \quad (14)$$

Реалізація процесу оптимізації чисельного аналізу для прогнозування деформацій обкладинок під час фальцювання передбачає кілька важливих етапів. Спершу обирається початковий вектор дислокацій u_0 . Далі виконується серія ітерацій оновлення параметрів, поки не буде досягнуто заданого критерію зупинки, наприклад, коли зміна функції цілі стає меншою за визначений поріг.

Після завершення ітераційного процесу результати підлягають

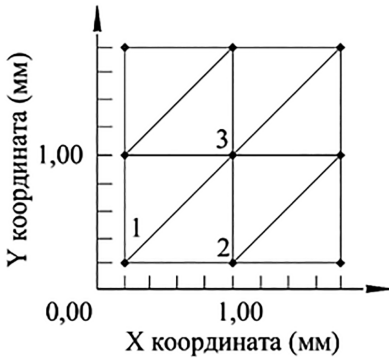
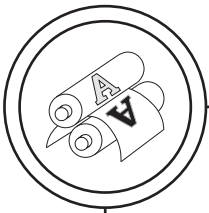


Рис. 1. Фрагмент сітки скінчених елементів: 1–3 — вузли трикутного елемента

валідації, щоб перевірити їх відповідність реальним умовам та експериментальним даним. Цей підхід забезпечує точність прогнозування та надійність оптимізаційного аналізу.

Для проведення детального розрахунку моделі оптимізації чисельного аналізу з метою прогнозування деформацій інтегральних обкладинок під час фальцювання, використано метод скінчених елементів (FEM) для аналізу напружено-деформованого стану прямокутної пластини з картону хром-ерзац.

На рис. 1 показано фрагмент сітки скінчених елементів, яка використовується для дискретизації області деформації роз-

гортки інтегральної обкладинки та подальшого чисельного аналізу. Ця сітка дозволяє детально оцінювати напружено-деформований стан обкладинки під час фальцювання.

Точками позначено вузли сітки, де обчислюються значення деформацій та напружень, а лініями показано ребра трикутних елементів, що утворюють сітку скінчених елементів. Така дискретизація забезпечує високу точність моделювання, дозволяючи виявляти локальні ефекти і концентрації напружень, що можуть виникати під час технологічного процесу фальцювання обкладинок.

Враховано задані габаритні розміри прямокутного фрагмента розгортки обкладинки, матеріальні властивості картону та умови навантаження. Розміри фрагмента: ширина $b = 0,2$ м, довжина $L = 0,3$ м, товщина $t = 1$ мм. Матеріальні властивості: модуль Юнга $E = 2$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$. Умови навантаження: рівномірно розподілене навантаження $q = 100$ Н/м.

На рис. 2. представлено схему дискретизації розгортки інтегральної обкладинки. Ця схема відображає контурну геометрію обкладинки, а також нанесену

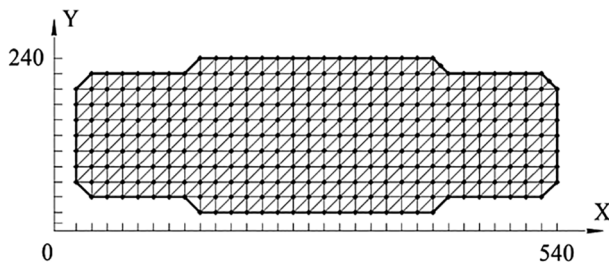
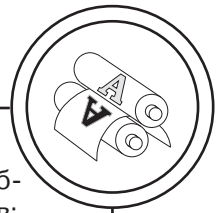


Рис. 2. Сітка скінчених елементів на розгортці інтегральної обкладинки



сітку елементів, яка використовується для чисельного аналізу методом скінченних елементів (FEM). Сітка забезпечує точне подання геометрії обкладинки, дозволяючи розраховувати напружено-деформований стан під час процесів фальцювання та навантаження. Кожен елемент сітки представляє невеликий фрагмент обкладинки, що дозволяє детально аналізувати поведінку матеріалу і прогнозувати можливі деформації та пошкодження.

На наступному етапі проводиться побудова та визначення локальної матриці жорсткості для кожного скінченного елемента, враховуючи його геометричні параметри та матеріальні властивості.

Матеріальні властивості: модуль Юнга $E = 2 \times 10^6$ Па, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$, товщина фрагмента розгортки $t = 1 \times 10^{-3}$ м.

Координати вузлів трикутного елемента (рис. 1):

- Вузол 1: (0,0)(0,0)(0,0)
- Вузол 2: (1,0)(1,0)(1,0)
- Вузол 3: (0,1)(0,1)(0,1)

Площу S трикутника обчислено за формулою:

$$S = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|. \quad (15)$$

Підставлено значення координат:

$$S = \frac{1}{2} |0(0-1) + 1(1-0) + 0(0-0)| = \frac{1}{2} \times 1 = 0,5 \text{ кв. од.} \quad (16)$$

Матриця B (деформації) обчислена за координатами вузлів:

$$B = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & 0 & y_3 - y_1 & 0 & y_1 - y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 & 0 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & y_2 - y_3 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 & x_2 - x_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

$$B = \frac{1}{2 \times 0,5} \begin{bmatrix} 0-1 & 0 & 1-0 & 0 & 0-0 & 0 \\ 0 & 0-1 & 0 & 0-0 & 0 & 1-0 \\ 0-1 & 0-1 & 0-0 & 1-0 & 1-0 & 0-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Матриця D обчислена за матеріальними властивостями:

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Підставлено значення E та ν :

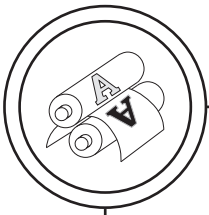
$$D = \frac{2 \times 10^6}{1-0,3^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,3}{2} \end{bmatrix} = \frac{2 \times 10^6}{0,91} \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 \end{bmatrix} \approx 2,197 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Локальну матрицю жорсткості K обчислено за формулою:

$$K = t \times S \times B^T \times D \times B. \quad (21)$$

Підставлено значення:

$$K = 1 \times 10^{-3} \times 0,5 \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times 2,197 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$



Проміжні результати:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{B}^T \times \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \\
 & \times 2,197 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 \end{bmatrix} \approx \\
 & \approx \begin{bmatrix} -2,197 & -0,6591 & -0,7695 \\ -0,6591 & -2,197 & -0,7695 \\ 2,197 & 0,6591 & 0,7695 \\ 0,6591 & 2,197 & 0,7695 \\ 0 & 0 & 0,7695 \\ 0 & 0 & 0,7695 \end{bmatrix}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Далі помножено на \mathbf{B} :

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{K} \approx 1 \times 10^{-3} \times 0,5 \times \\
 & \begin{bmatrix} -2,197 & -0,6591 & -0,7695 \\ -0,6591 & -2,197 & -0,7695 \\ 2,197 & 0,6591 & 0,7695 \\ 0,6591 & 2,197 & 0,7695 \\ 0 & 0 & 0,7695 \\ 0 & 0 & 0,7695 \end{bmatrix} \times \\
 & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 00 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 01 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 146,5 & 43,975 & -146,5 & -43,975 & 0 & 0 \\ 43,975 & 146,5 & -43,975 & -146,5 & 0 & 0 \\ -146,5 & -43,975 & 146,5 & 43,975 & 0 & 0 \\ -43,975 & -146,5 & 43,975 & 146,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

(усі значення в Па) (25)

На рис. 3 представлено візуальне відтворення локальної матриці жорсткості, сформоване за допомогою програми MATLAB. Ця матриця обчислена на основі отриманих результатів для трикутного елемента розгортки інтегральної обкладинки.

Елементи матриці жорсткості відображають значення жорсткості для кожної пари вузлів (рядок і стовпець). Кольорова шкала ілюструє ці значення, де темніші кольори представляють вищі значення жорсткості. Індеси в матриці відповідають конкретним вузлам елемента. Діагональні елементи матриці вказують на жорсткість кожного вузла елемента по окремих напрямках, демонст-

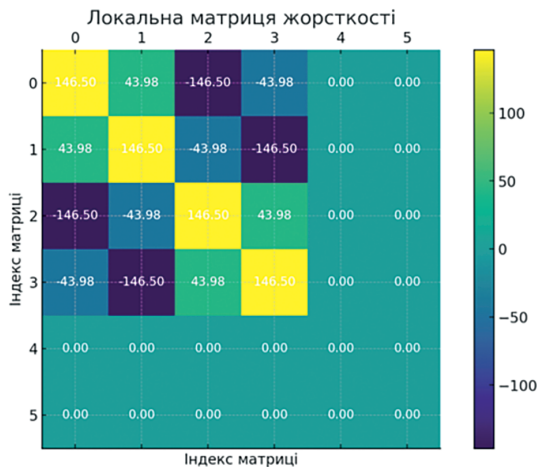
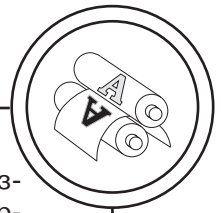


Рис. 3. Візуальне відтворення локальної матриці жорсткості для трикутного елемента обчислене за отриманими результатами



руючи опір матеріалу (картону хром-ерзац) до деформації. Позадіагональні елементи відображають взаємодію між різними вузлами елемента. Ці значення можуть бути негативними, що вказує на напрям і величину взаємодіючих сил.

Для об'єднання локальних матриць жорсткості в одну глобальну матрицю жорсткості системи для всієї розгортки інтегральної обкладинки необхідно врахувати вплив кожного елемента на всю конструкцію. Це включає додавання відповідних елементів локальних матриць жорсткості до глобальної матриці, забезпечуючи таким чином узгоджене врахування взаємодії між вузлами. На рис. 4 представлено глобальну матрицю жорсткості, сформовану за допомогою програми MATLAB. Ця матриця відображає сукупний вплив усіх елементів конструкції, що дозволяє детально аналізувати напружено-деформований стан всієї обкладинки під час фальцювання та навантаження.

На наступному етапі для безконтактного вимірювання деформації клапанів розгортки інтегральних обкладинок, що виникає під час швидкісного технологічного фальцювання, використано метод відеоекстензометрії. Цей метод дозволяє отримати точні дані про деформації в реальному часі без необхідності фізичного контакту з об'єктом, що виключає можливість впливу вимірювальних приладів на результати вимірювань. Для підготовки до тестування на клапани розгортки інтегральних обкладинок нанесено мітки, які слугуватимуть референсними точками для вимірювань, а також визначено початкові координати цих точок.

Досліджуваний об'єкт піддано навантаженню, що виникає в процесі фальцювання клапанів розгортки обкладинок профільними фальцювальними планками, який записано відеокамерою у режимі реального часу. Відеозапис зафіксував зміну положення референсних точок на поверхні об'єкта,

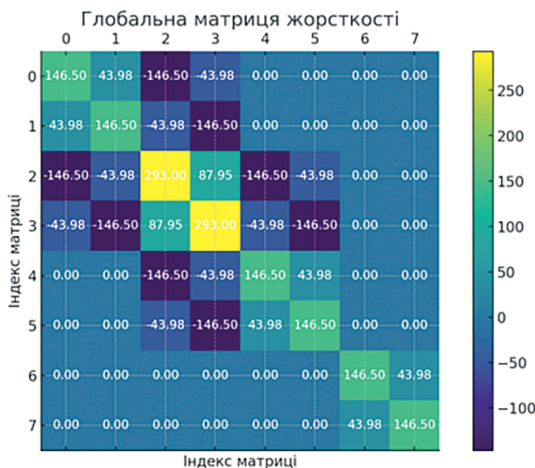
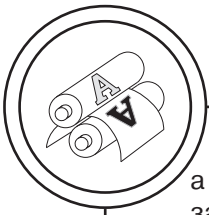


Рис. 4. Глобальна матриця жорсткості для системи трикутних елементів розгортки інтегральної обкладинки



а їх подальший аналіз здійснено за допомогою програмного забезпечення.

Використовуючи програму Vic-3D (Correlated Solutions Inc., USA), розраховано деформації об'єкта на основі зміни їхніх координат та створено діаграми, які показують розподіл деформацій у досліджуваному об'єкті. Це дозволило виявити в структурі матеріалу клапана розгортки обкладинки області з найбіль-

шими напруженнями та деформаціями під час фальцювання.

На рис. 5 наведено схеми деформаційного поля для прямокутного фрагмента ділянки клапана розгортки інтегральної обкладинки із картону хром-ерзац. Ця візуалізація показує розподіл деформацій по поверхні клапана розгортки, використовуючи кольорові карти для різних рівнів деформацій.

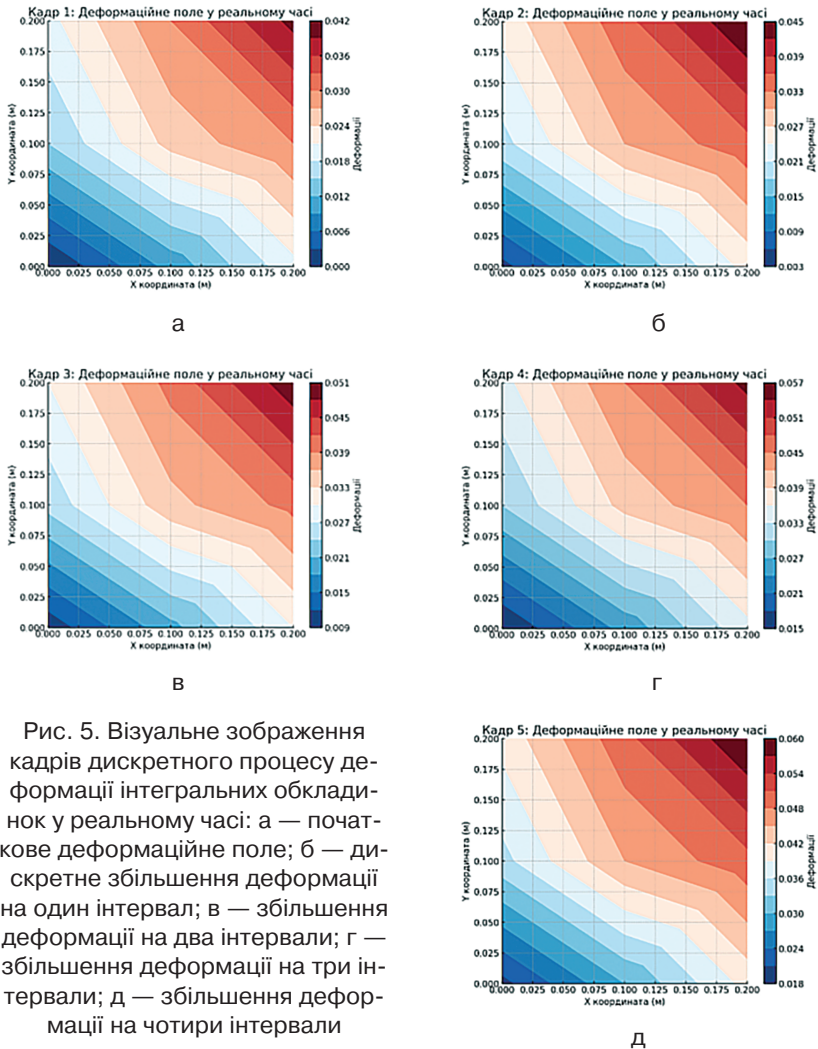
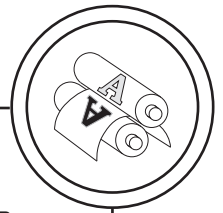


Рис. 5. Візуальне зображення кадрів дискретного процесу деформації інтегральних обкладинок у реальному часі: а — початкове деформаційне поле; б — дискретне збільшення деформації на один інтервал; в — збільшення деформації на два інтервали; г — збільшення деформації на три інтервали; д — збільшення деформації на чотири інтервали



Кольорові карти на зображеннях (рис. 5) відображають значення деформацій у вузлах: темніші кольори представляють вищі деформації, а світліші — нижчі. Координати відображають положення вузлів у площині, показуючи, як змінюються деформації по поверхні пластини. Ця схема допомагає візуально оцінити розподіл деформацій в процесі аналізу результатів чисельного моделювання та подальшої оптимізації процесу фальцювання.

На основі проведених досліджень встановлено, що використання методу кінцевих елементів для чисельного аналізу деформацій обкладинок під час фальцювання забезпечує високу точність прогнозування та ефективність моделювання. Застосування сучасних технологій, таких як відеоекстензометрія, дозволяє досягти більш детального розуміння поведінки матеріалів у виробничих умовах. Результати експериментів підтвердили ефективність розробленої чисельної моделі, яка демонструє високу кореляцію з даними, отриманими під час фізичних випробувань. Це дослідження відкриває нові перспективи для оптимізації технологічних процесів у поліграфічній галузі, забезпечуючи покращення якості книжкової продукції та зниження ризиків виникнення дефектів.

Список використаної літератури/References

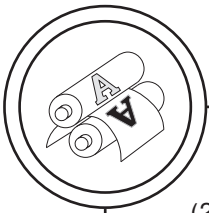
1. Paliukh, O., Kyrychok, P., Trishchuk, R., Korobka, M., & Dziadyk, Y. (2020). Defining technological features in the manufacture of semi-hard book covers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4(1 (106)), 80–90. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.208798>.
2. Trzepieciński, T., dell'Isola, F., & Lemu H. G. (2021). Multiphysics Modeling and Numerical Simulation in Computer-Aided Manufacturing Processes. *Metals*, 11(1), 175. <https://doi.org/10.3390/met11010175>.

Висновки

1. Досліджено вплив варіативності механічних властивостей матеріалів на точність прогнозування деформацій обкладинок. Встановлено, що використання точніших моделей матеріалів значно покращує відповідність результатів чисельного аналізу реальним даним, що дозволяє більш точно прогнозувати деформації під час фальцювання інтегральних обкладинок та знижувати ризики утворення дефектів.

2. Оптимізовано чисельні методи для забезпечення ефективного використання обчислювальних ресурсів, що призвело до значного зменшення часу розрахунків при збереженні високої точності прогнозування деформацій в умовах реального виробництва.

3. Розроблено комплексний багатофакторний аналіз для виявлення основних чинників, що впливають на деформації обкладинок під час фальцювання. Врахування варіативності матеріалів, умов навантаження та параметрів фальцювання дозволяє розробляти рекомендації щодо оптимізації технологічних процесів для покращення якості виготовлення книжково-журнальних інтегральних обкладинок.



3. Görtz, M., Kettil, G., Målvqvist, A., Fredlund, M., Wester K., & Edelvik, F. (2022). Network model for predicting structural properties of paper. *Nordic Pulp & Paper Research Journal*, 37(4): 712–724. <https://doi.org/10.1515/npprj-2021-0079>.
4. Garbowski, T., Grabski, J. K., & Marek A. (2021). Full-Field Measurements in the Edge Crush Test of a Corrugated Board—Analytical and Numerical Predictive Models. *Materials*, 14(11), 2840. <https://doi.org/10.3390/ma14112840>.
5. Bickel, B., Bächer, M., Otaduy, M. A., Lee, H. R., Pfister, H., Gross, M., & Matusik, W. (2023). Design and Fabrication of Materials with Desired Deformation Behavior. *Seminal Graphics Papers: Pushing the Boundaries*, Vol. 2, Article No.: 86, 829–838. <https://doi.org/10.1145/3596711.3596798>.
6. Xiao, C., Sun, F., Iqbal, M. I., Liu, L., & Gao, W. (2021). Mechanical characterization of surface wrinkling properties in fibrous sheet materials by facile folding process. *Polymer Testing*, Vol. 97, 107153. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2021.107153>.
7. Kouko, J., Kankkunen, T., Palmu, M., Niiranen, J., & Peltonen, K. (2023). Practical folding meets measurable paper properties. *Materialia*, Vol. 31, 101871. <https://doi.org/10.1016/j.mtla.2023.101871>.
8. Leminen, V. Niini, A., Tanninen, P., & Matthews, S. (2021). Comparison of creasing and scoring in the manufacturing of folding cartons. *Procedia Manufacturing*, Vol. 55, 221–225. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2021.10.031>.
9. Zhou, Y., Zhou W., & Xia, G. (2023). Preparation and Innovative Design Applications of Paper-Based Aluminized Film. *Coatings*, 13(10), 1751. <https://doi.org/10.3390/coatings13101751>.
10. Marin, G., Srinivasa, P., Nygård, M., & Östlund, S. (2021). Experimental and finite element simulated box compression tests on paperboard packages at different moisture levels. *Packaging Technology and Science*, Vol. 34, Issue 4, 229–243. <https://doi.org/10.1002/pts.2554>.
11. Robertsson, K., Jacobsson, E., Wallin, M., Borgqvist, E., Ristinmaa, M., & Tryding, J. (2023). A continuum damage model for creasing and folding of paperboard. *Packaging Technology and Science*, Vol. 36, Issue 12, 1037–1050. <https://doi.org/10.1002/pts.2774>.

The object of the study is the processes of numerical analysis and forecasting the probability of deformations during the folding of integral covers. Analytical and experimental research is based on the development of advanced numerical analysis methods for evaluating the deformation characteristics of materials.

Keywords: numerical analysis; deformation prediction; integral covers; folding; process optimization.

Надійшла до редакції 28.05.24