

УДК 655.3.06

DOI: 10.20535/2077-7264.4(78).2022.278007

© Т. Ю. Киричок, д-р техн. наук, проф., О. В. Коротенко, канд. техн. наук, доц., КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ФАРБОПЕРЕНЕСЕННЯ ТА ФОРМУВАННЯ ФАРБОВИХ ШАРІВ У ПРОЦЕСІ ІНТАГЛІОДРУКУ

У роботі представлено теоретичний аналіз фарбоперенесення та формування фарбових шарів у процесі інтагліодруку. Розроблено детальну феноменологічну модель та математичний опис процесу фарбоперенесення в інтагліодруці, що уможливорює передбачення якості відбитків та дозволяє визначати функцію залежності кількості фарби, що переноситься, від технологічних параметрів друкування.

Ключові слова: інтагліодрук; фарба інтагліодруку; шар фарби; транспортування фарби; друкувальні елементи; гравійовані штрихи.

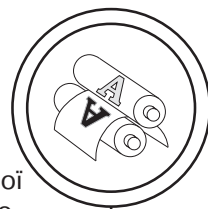
Постановка проблеми

Інтагліодрук є одним з основних методів захисту, який використовують лише для виготовлення цінних паперів та документів сурового обліку, зокрема банкнот, в усьому світі. Технологія інтагліодруку (металографічного друку) базується на відомих технологічних методах — друкуванні із заглиблених друкувальних елементів гравійованих друкарських форм густими фарбами під великим тиском у друкарській парі [1, 2]. Основною особливістю цього методу є сенсорно контрольований тактильний ефект, який досягається шляхом формування різнотовщинних фарбових шарів. Тому якісне фарбоперенесення є надзвичайно важливою складовою якісного друкарського процесу інтагліодруку.

На сьогодні бракує досліджень процесу фарбоперенесення при інтагліодруці, зокрема характеру руху фарби з гравійованих елементів друкарської форми на задруковуваний матеріал та подальшого формування фарбового шару. Відповідно, немає науково обґрунтованих рекомендацій з регулювання технологічних параметрів друкування, що призводить до нестабільності процесу та неможливості прогнозування якості відбитків інтагліодруку. Отже, проведення теоретичного аналізу фарбоперенесення та формування фарбових шарів у процесі інтагліодруку є актуальним науково-технічним завданням.

Аналіз попередніх досліджень

Одним із основних показників якості відтвореного зображення



інтаглідруктом є товщина фарбового шару [3], яка безпосередньо пов'язана із об'ємом гравійованих друкувальних елементів форми [4]. Однак певні технологічні особливості процесу друкування можуть спричиняти неповне вилучення фарби із друкувального елемента форми, тому їх об'єм не є єдиним засобом корегування кількості перенесеної фарби на папір.

Співвідношення фарби, вилученої із друкувального елемента форми до її загального обсягу у друкувальному елементі визначається як коефіцієнт фарбовіддачі. Цей коефіцієнт залежить від співвідношення основних розмірів гравійованих друкувальних елементів — відношення ширини гравіювання до глибини [5].

У роботі [6] проаналізовано питання співвідношення сторін гравійованих елементів друкувального формного циліндра глибокого друку і зроблено висновок про те, що за умови співвідношення сторін (глибина/ширина) менше 0,05, то фарба буде полімеризуватись ще у друкувальних елементах форми і фарбоперенесення не буде здійснено. Однак гравійовані елементи із співвідношенням сторін більше 0,5 є занадто вузькими і можуть не сприймати фарбу, або ж не віддавати її через капілярні сили, що утворюються.

У дослідженні, що представлено у роботі [7], встановлено, що форма гравійованих друкувальних елементів відіграє важливу роль у механізмі перенесення фарби, зокрема визначено, що коефіцієнт фарбовіддачі зростає із збільшенням об'єму друкувального елемента. Моделювання процесу фарбоперенесення, здійсненого у роботі [8] продемонструвало сильну

залежність кількості перенесеної фарби від кривизни утворюваного меніска фарби між формою та задруковуваним матеріалом. Зі свого боку меніск дуже залежить від швидкості друкування, натягу полотна та інших чинників друкарського процесу.

Результати дослідження [9] показують, що зі збільшенням кута нахилу стінок друкувального елемента форми (при постійній її глибині) коефіцієнт фарбоперенесення зменшується, а при збільшенні глибини друкувального елемента форми (при постійному куті нахилу стінок), спостерігається сильне зменшення коефіцієнта фарбоперенесення. Також автори дослідження, проведеного у роботі [9], встановили очікуваний сильний вплив крайового кута утворюваної краплі на поверхні горизонтальної площини задрукованого матеріалу на кількість перенесеної фарби. Моделювання процесу фарбоперенесення, здійснене у роботі [10], показало, що коефіцієнт фарбовіддачі залежить від капілярного числа — при збільшенні капілярного числа коефіцієнт фарбовіддачі знижується [11, 12].

Аналіз роботи [13] також показав, що кількість перенесеної фарби із друкарської форми на задруковуваний матеріал залежить від геометричних параметрів гравійованих друкувальних елементів форми, поверхневих сил фарби, її густини і в'язкості, та швидкості друкування. Однак однозначно прямого ефекту цих чинників не було визначено — залежно від етапу фарбоперенесення (стирання фарби з пробільних елементів, контакт фарби із поверхнею субстрату, утворення фарбового шару тощо) кожен із чинників міг або



збільшувати, або зменшувати показник фарбоперенесення. Моделювання у цій роботі також проводилося для непоглинаючих основ, що зробило його дещо спрощеним, оскільки було проігноровано процес проникнення фарби в товщу основи, що є одним із найважливіших для процесу утворення фарбових шарів при металографічному друці. Однак досить важливо, що у проведеному аналізі враховується збільшення температури фарби через технологічні особливості друкарського устаткування, високого тиску на фарбу і тертя на усіх ланках транспортування фарби. Було визначено, що підвищення температури стимулює значне випаровування розчинника перш, ніж фарба перейде із друкувального елемента форми на основу, що в результаті має вплив на зміни об'єму та властивостей фарби, що переноситься.

У роботі [14] особливу роль відведено параметрам задрукованого матеріалу, а саме його адсорбційним властивостям та в'язкості фарби. Зокрема у роботі виявлено, що нижча в'язкість фарби призводить до збільшення фарбоперенесення на основу, найімовірніше, через фарбове проникнення і результуючий капілярний потік фарби під час її перенесення.

Незважаючи на те, що інтаглідрук є різновидом глибокого друку, який досліджувався багатьма вченими [7–15], існує ряд технологічних особливостей, які відрізняють цей метод та впливають на процес формування фарбового зображення на відбитку. Тому процес фарбоперенесення при інтаглідруці потребує подальшого більш широкого дослідження

для встановлення характеру залежностей якісних характеристик відбитків від зміни основних чинників впливу.

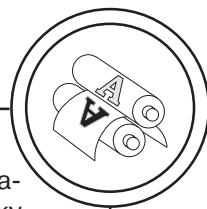
Мета роботи

Провести теоретичний аналіз процесу фарбоперенесення та формування фарбових шарів при інтаглідруці, визначити взаємозв'язок між кількістю перенесеної друкарської фарби та технологічними параметрами друкування, застосувавши математичний опис фарбоперенесення у друкарському контакті під час інтаглідруку.

Результати проведених досліджень

Моделювання транспортування фарби у процесі металографічного друку від формного циліндра, на який закріплено гравійовану друкарську форму, до задрукованого матеріалу є досить важким завданням, яке охоплює мультифізичні явища, такі як поверхневі сили та явища, неньютонівську поведінку фарби та зовнішні сили, що є в друкарському контакті. Здійснити комплексний (універсальний) опис процесу фарбоперенесення із одночасним урахуванням усіх явищ неможливо. Вірогідно, саме це слугує причиною того, що досі не створено єдиної концептуальної моделі процесу металографічного друку.

Тому у цьому аналізі використано інтегральний підхід до вирішення поставленої задачі — за допомогою деталізованого опису окремих складових досліджуваного процесу з подальшою конкретизацією до рівня необхідної точності вирішення проблеми. Цей підхід передбачає введення додаткових припущень при роз-



гляді окремих складових процесу. Поведінка фарби під час металографічного друку має вирішальне значення для формування та покращення якості утворюваних відбитків. Тому для розуміння процесу фарбоперенесення та формування фарбових шарів необхідно здійснити загальний опис цього механізму. Подальший аналіз містить основні дві складові: моделювання фарбоперенесення, формування фарбових шарів у процесі металографічного друку та математичний опис процесу фарбоперенесення.

Феноменологічна модель фарбоперенесення та формування фарбових шарів у процесі металографічного друку. Характерною особливістю металографічного друку, як було зазначено вище, є формування товстого шару фарби (до 320 мкм) [16], що сприймається не тільки візуально, а і тактильно, який вимагає досить міцного закріплення на основі для забезпечення зносостійкості відбитків. У цьому аналізі концентрується увага на три фази про-

цесу металографічного друку: накочування фарби на друкарську форму і подальше стирання зайвої фарби з пробільних елементів; перенесення фарби із гравійованих елементів форми на задруковуваний матеріал; висихання фарбового шару (рис. 1).

На рис. 2 представлена розроблена феноменологічна модель фарбоперенесення у процесі інтаглідруку, яка відображає послідовність та взаємозв'язок складників технологічного процесу при перенесенні фарби від фарбової системи на задруковуваний матеріал.

Процес накочування фарби на друкарську форму містить наступні етапи: 1) фарбу в'язкістю 0,1–10 Па·с за температури 25° С та швидкості зсуву 1000 с⁻¹ [1, 17] із фарбового ящика, де підтримується температура 17–21° С, за допомогою накочувальних та розкочувальних валиків переносять на шаблонні циліндри; 2) із шаблонних циліндрів, розігрітих до температури приблизно 34° С, фарбу через збірний циліндр із

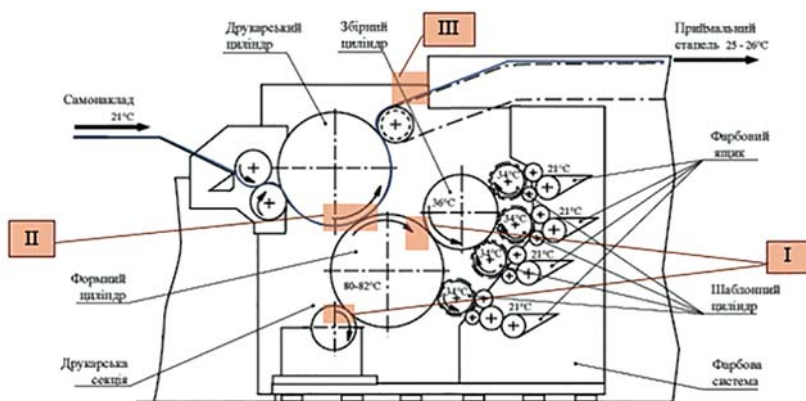
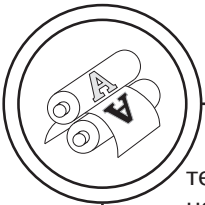


Рис. 1. Схематичне зображення процесу інтаглідруку: I — фаза накочування і стирання фарби з ДФ; II — фаза фарбоперенесення; III — фаза сушіння ФШ



температурою 36° С передають на формний циліндр, розігрітий до 80–82° С, що містить одну, або більше гравійованих друкарських форм. Система підігріву формного циліндра розтоплює фарбу, що змінює її реологічні властивості (зменшується в'язкість та збільшується текучість), підвищуючи рівень адгезії фарби [1, 18]. На рис. 3 схематично відображено вкритий фарбою друкувальний елемент форми.

На наступному етапі фарбоперенесення надлишок фарби із пробільних елементів форми видаляють за допомогою стирального циліндра (рис. 4), що обертається у зустрічному напрямі до руху

формного циліндра. При збільшенні технологічної щілини між циліндрами (зменшенні тиску) збільшується ймовірність потрапляння фарби на пробільні елементи, проте надмірне зменшення щілини (збільшення тиску між циліндрами) призводить до надмірного стирання шару фарби в гравійованих елементах друкарської форми, у такий спосіб зменшуючи товщину фарбового шару на відбитку [1].

Варто зазначити, що, хоч теоретично і вважається, що на пробільних елементах зовсім не залишається фарби, в реальності цього досягти неможливо. Однак, якщо тільки мікроскопічно тонкий шар залишається на поверхні, то

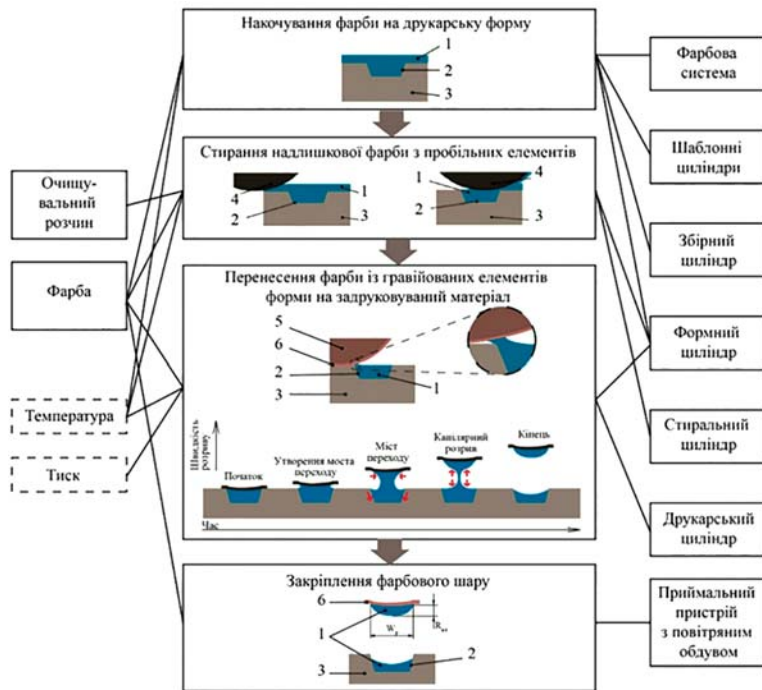


Рис. 2. Феноменологічна модель фарбоперенесення у процесі металографічного друку, де 1 — друкарська фарба, 2 — гравійований друкувальний елемент, 3 — друкарська форма, 4 — стиральний циліндр, 5 — друкарський циліндр, 6 — задруковуваний матеріал

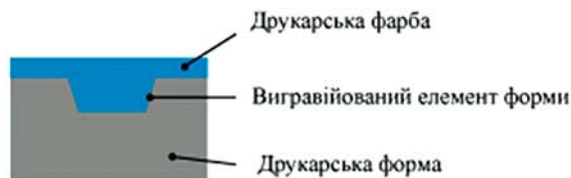
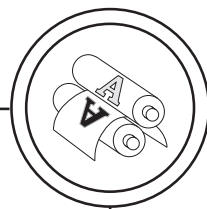


Рис. 3. Вкрита фарбою ділянка друкарської форми

він не переноситься на задруковуваний матеріал, і є прийнятним, так як може слугувати додатковим змащенням для руху стирального циліндра для запобігання його зношення.

Після того, як надлишковий шар друкарської фарби стирають із пробільних елементів друкарської форми, під дією високого тиску між формним та друкарськими циліндрами (лінійне навантаження становить приблизно 1000 кН/м) [1] фарбу переносять із гравійованих друкувальних елементів форми на задруковуваний матеріал. Час між процесом стирання зайвої фарби і контактом із задруковуваним матеріалом відіграє важливу роль у процесі фарбоперенесення, тому що може стати причиною зміни реологічних властивостей фарби та залежити від декількох чинників. Перший чинник — це фізична

відстань, яку проходить друкарська форма від стирального циліндра до друкарського, яка може бути різною залежно від конфігурації друкарської машини. Другий чинник — це швидкість друкування, яка має прямий вплив на час перебування фарби в гравійованих елементах форми. Третій чинник — це розмір друкарського контакту, який прямо залежить від тиску, що виникає між друкарським та формним циліндрами. Чим більший розмір друкарського контакту, тим швидше друкарська форма вступає у контакт із задруковуваним матеріалом.

Фарба починає змочувати поверхню задрукованого матеріалу, щойно він наближається до гравійованого елемента. Важливо наголосити, що оскільки фарба змочує зовнішні кромки гравійованих елементів, то вона починає пере-

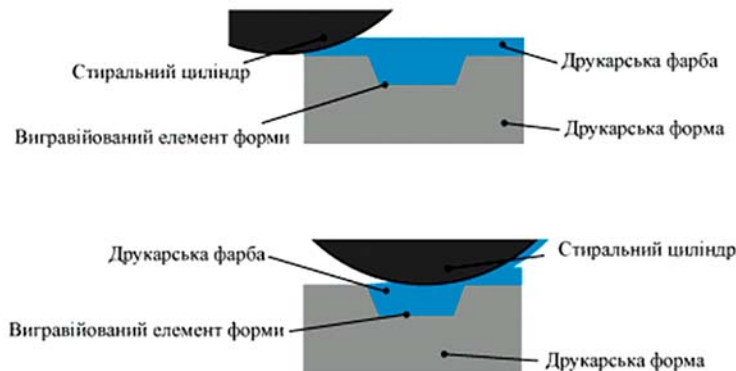
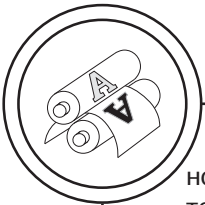


Рис. 4. Стирання зайвої фарби з пробільних елементів



носитись на задруковуваний матеріал до моменту контакту задрукованого матеріалу із краєм гравійованого елемента (рис. 5). Це явище є досить важливим під час проектування та виготовлення друкарських форм.

Однією із умов якісного технологічного процесу металографічного друку є використання надзвичайно високого тиску [2]. Задруковуваний матеріал, продовжуючи рухатись вздовж гравійованого елемента під дією високого тиску з боку друкарського циліндра, «втискує» фарбу назад в гравійований елемент до моменту найтіснішого контакту із друкарською формою. У цей момент відбувається проникнення фарби у товщу основи. На цей процес впливає високий тиск у друкарському контакті, який спричиняє затікання адгезива (фарби) у пори або тріщини на поверхні задрукованого матеріалу (паперу) з наступним затвердінням, причому макромолекули або їх сегменти, що дифундують через межу розділу «адгезив–основа», утворюють міцний зв'язок між собою та високий рівень поверхневого натягу, що забезпечує повне перенесення фарби.

Тиск є зовнішньою силою, яка підсилює рівнодіючу всіх молекулярних сил приповерхневого

шару фарби, що переходить із друкувального елемента форми на папір. Тому можна вважати, що тиск, прикладений ззовні, збільшує поверхневий натяг фарби. Отож, збільшення тиску у друкарському контакті, який сприяє збільшенню поверхневого натягу фарби, призводить до зменшення капілярного числа, що означає збільшення коефіцієнта фарбовіддачі. Тому за незмінних реологічних параметрів фарби швидкість друкування та тиск у друкарському контакті є зручним способом регулювання товщини фарбового шару на відбитках.

При розходженні циліндрів (формного та друкарського), а відповідно при спаданні тиску у друкарській парі формується, так званий, міст переходу між задруковуваним матеріалом та друкувальними елементами форми (рис. 6). Перенесення фарби завершується у момент капілярного розриву, який відбувається у зв'язку із підвищенням капілярного тиску в області утвореної «шийки» та повного відшарування фарби від стінок гравійованих елементів друкарської форми.

Закріплення фарбового шару здійснюють завдяки затіканню адгезива (фарби) в пори, або тріщини на поверхні задрукованого матеріалу (паперу) з наступним

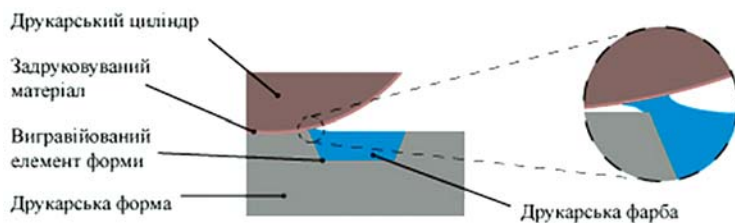
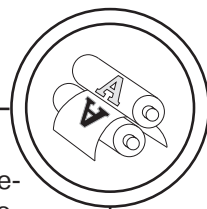


Рис. 5. Вхідження задрукованого матеріалу у контакт із фарбою



затвердінням, причому макромолекули або їх сегменти, які дифундують через межу розділу «адгезив–основа», утворюють міцний зв’язок між собою. Проте через те, що волокна і, відповідно, пори орієнтовані переважно паралельно до поверхні основи, формування фарбового шару при металографічному друці має певну особливість — присутність бічного проникнення фарби у товщу паперу.

Після того, як фарба була перенесена із гравійованого друкувального елемента форми, вона продовжує змочувати задруковуваний матеріал і поширюється по поверхні та в товщі основи. Тому залежно від властивостей фарби та технологічних параметрів процесу, початковий профіль фарбового шару може бути змінений. Однак при правильно підібраних властивостях фарби, після виходу із друкарського контакту вона починає полімеризуватись (висихати). Цьому сприяють як поверхневі сили рідини, так і теплообмінні процеси, які відбуваються під час і після друкарського контакту.

Отже, на поверхні задрукованого матеріалу утворюється певний профіль (рельєф) фарбового шару. Зазвичай профіль перенесеного фарбового шару із одного

гравійованого елемента є краплеподібним, чому сприяють реологічні властивості друкарських фарб металографічного друку. Апроксимовано вони являють собою сегмент шару із діаметром основи W_p , який можна вважати шириною надрукованого штриха, та висотою шарового сегменту R_{int} , що є товщиною фарбового шару. Із рівняння об’єму (V_0) та геометрії поверхні, знаючи значення крайового кута β , можна знайти висоту та ширину основи утворених штрихів (рис. 7) [9]:

$$W_p = 2 \sin \beta \sqrt{\frac{V_0}{\beta - \sin \beta \cos \beta}} \quad (1.1)$$

$$R_{int} = (1 - \cos \beta) \sqrt{\frac{V_0}{\beta - \sin \beta \cos \beta}} \quad (1.2)$$

Однак, варто зауважити, що в реальності стає неможливим досягти ідеальної форми краплі, на що впливає інерційність процесу, теплообмінні процеси у зоні контакту, утворення підфарбового рельєфу через надзвичайно високий тиск у друкарському контакті, утворення кратерів, або навіть пропусків (непродрукування) через можливі повітряні порожнини в центрі нанесених штрихів.

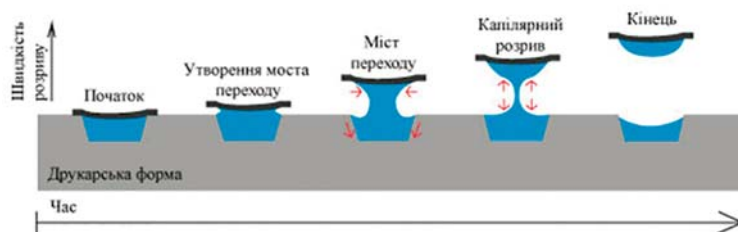
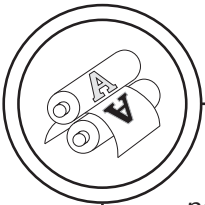


Рис. 6. Послідовність перенесення фарби із друкувальних елементів форми на задруковуваний матеріал



Математичний опис фарбоперенесення у друкарському контакті під час інтаглюдруку. З метою розуміння динаміки перенесення фарби при інтаглюдруці потрібно створити фізичну модель, щоб мати змогу описати експериментальні спостереження. Через складність процесу експериментальним шляхом практично неможливо ізолювати вплив одного параметра від інших.

У випадку інтаглюдруку областю інтересу є кількість фарби, яку переносять із друкарської форми на папір. У тих випадках, коли поверхні циліндрів є гладкими, задача може бути вирішена методами, запропонованими в теорії гідродинамічного змащування [19–21].

У цих роботах завдяки багатьом припущенням, таких як те, що об'ємні (масові) сили є незначними порівняно із прикладеними зовнішніми силами, на товщину фарбової плівки діє постійний тиск, і її довжина є набагато більшою за товщину,

$\frac{\text{товщина фарбової плівки}}{\text{довжина фарбової плівки}} \ll 1$, повністю відсутні умови проковзування фарби по твердих поверхнях,

інерційні сили у друкарському контакті відсутні, — вважають, що фарба у друкарському контакті є ньютонівською рідиною із в'язкістю η , коефіцієнтом поверхневого натягу σ , густиною ρ . У такому разі рівняння Нав'є-Стокса спрощується та приймає форму рівняння Пуассона [22]:

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (1.3)$$

Однак наявність гравіювань на друкарській формі у металографічному друці і швидка зміна реологічних властивостей фарби в процесі друку ускладнює опис перенесення фарби.

На рис. 8 схематично зображено модель фарбоперенесення у металографічному друці, де U_{sheet} — швидкість руху паперу, U_{roll} — швидкість обертання друкарського циліндра, R_{roll} — радіус формного циліндра, G — технічний зазор між друкарською формою і задруковуваним матеріалом (папером), H — максимальна допустима відстань між валами, R_0 — половина ширини гравійованого друкувального елемента форми, D —

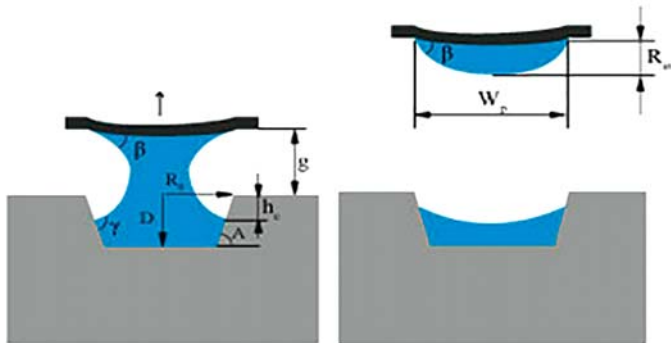
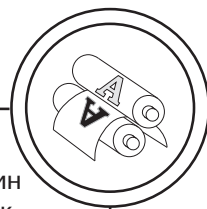


Рис. 7. Формування краплеподібного профілю надрукованих штрихів



глибина гравійованого друкувального елемента форми. L_1, L_2, L_3 — розміри, що вказують на довжину друкувального елемента форми по профілю, а також його період. Для ідеалізованого циліндра L_1, L_3 рівні між собою, L — відстань, що періодично повторюється ($L = L_1 + L_2 + L_3$).

У приведеному аналізі звернуто увагу на те, що фарба в металографічному методі друку є неньютонівською рідиною, і точне рівняння для опису потоку даного виду фарб важко отримати, що викликає необхідність працювати з прийнятною в'язко-пружною моделлю. У цьому аналізі обрано модель Oldroyd-B [23], яка може враховувати умови інерції в рівнянні імпульса та передбачає пружні властивості рідини (кінцевий час релаксації).

Потік неньютонівських рідин (для нестискуваних та в'язко-пружних) в звужуючих каналах описуються рівняннями руху та неперервності [24]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1.4)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (1.5)$$

де ρ — густина фарби, \mathbf{u} — вектор швидкості, P — невизначена частина тензору напруження Коші та $\boldsymbol{\tau}$ — визначена частина.

У разі ньютонівської рідини, тензор напруження пропорційний тензору швидкості, однак для неньютонівської рідини взаємозв'язок між тензором напруження та швидкістю деформації є набагато складнішим. Основним рівнянням для моделі Oldroyd-B, яка здатна передбачати ефект Вейсенберга

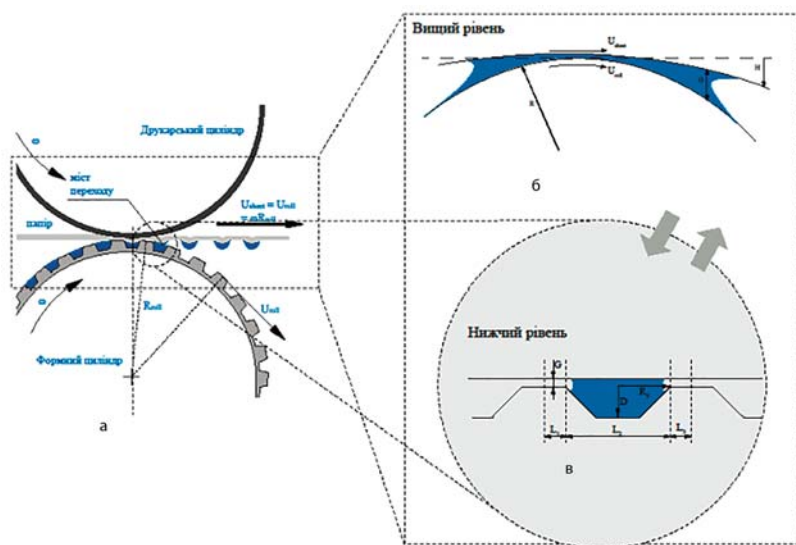


Рис. 8. Фарбоперенесення на ділянці друкарського контакту: а — зона друкарського контакту металографічного друку, б — модель процесу фарбоперенесення на рівні потоку фарби між циліндрами; в — модель процесу фарбоперенесення на рівні потоку фарби у друкувальному елементі форми



(еластодинамічний ефект підйому розплаву полімеру уздовж валу, що обертається та знаходиться в контакт з полімером) [23, 25] та демонструвати стійку однорідну в'язкість, є наступне:

$$\tau + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau} = 2\eta(D + \lambda_2 \overset{\nabla}{D}), \quad (1.6)$$

де η — в'язкість полімеру, λ_1 — час релаксації напруги, λ_2 — час релаксації деформації, причому $\lambda_1 \geq \lambda_2$, D — тензор швидкості деформацій, $D = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla u^T)$. А $\overset{\nabla}{\tau}$ —

вища конвективна похідна, яка математично може бути виражена як:

$$\overset{\nabla}{\tau} = \frac{\partial \tau}{\partial t} + u \cdot \nabla \tau - \tau \cdot \nabla u - (\nabla u)^T \cdot \tau. \quad (1.7)$$

Як зазначалося вище, у випадку з ньютонівською рідиною, рівняння (1.5) дає так зване рівняння Нав'є-Стокса:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla P + \eta \nabla^2 u. \quad (1.8)$$

У рівнянні вище другий доданок правої частини дає можливість чисельного рішення даного рівняння. Відповідно в рівнянні для неньютонівської рідини цей член відсутній, що призводить до значних труднощів при його вирішенні. Модель Oldroyd-B вирішує цю проблему шляхом розбивання тензору напружень, як це показано в формулі:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2. \quad (1.9)$$

Тут тензор напружень складається з двох частин: τ_1 — тензор напружень для неньютонівської рідини, τ_2 — тензор напружень

для ньютонівської рідини. Дані тензори можливо представити в наступному виді:

$$\begin{aligned} \tau_1 + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau} &= 2\eta_1 D, \\ \tau_2 &= 2\eta_2 D, \end{aligned} \quad (1.10)$$

де η_2 — в'язкість ньютонівського розчинника, а η_1 — в'язкість неньютонівського полімеру. Скомбінувавши рівняння (1.9) і (1.10), отримуємо модель Oldroyd B:

$$\begin{aligned} \tau + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau} &= 2\eta(D + \lambda_2 \overset{\nabla}{D}), \\ \eta &= \eta_1 + \eta_2, \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\lambda_2 = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \lambda_1.$$

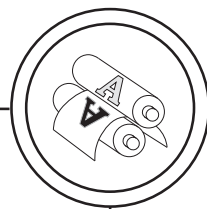
Якщо рівняння (1.10) підставити в рівняння (1.5), отримуємо нову форму рівняння моменту:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= -\nabla P + \\ &+ \nabla \cdot \tau_1 + \eta_2 \nabla^2 u. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ввівши певні припущення про стійкість та визначеність потоку, використавши деякі безрозмірні параметри, та трансформували рівняння, можна отримати рівняння для моменту:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (1.13)$$

Отже, необхідно зауважити, що форма рівняння, приведеного вище, відповідає ньютонівському випадку. Це вказує на те, що поле швидкостей можливо отримати незалежно від неньютонівського розподілу напружень для випадку повністю визначеного двовірного потоку. Це означає, що компонент неньютонівських



напружень не є необхідним для розрахунку швидкості і тиску, а також те що в цьому випадку τ_1 прямує до нуля.

За таких умов, коли рідина сприймається як ньютонівська, рівняння Нав'є-Стокса зводиться до лінійного рівняння потоку Стокса:

$$\eta \nabla^2 u - \nabla p = 0, \\ \nabla u = 0. \quad (1.14)$$

Основним рівнянням є моделювання потоку рідини між жорсткою криволінійною поверхнею (формним циліндром) і гнучким полотном (папером). Найперше увагу зосереджено на пошуку градієнту тиску в рідині. Для спрощення завдання припускають, що вал є гладким. Тоді згідно з теорією змашування поверхонь, що пов'язує кількість потоку рідини Q_x з градієнтом тиску $\frac{\partial p}{\partial x}$, а також рухом

паперу U_{sheet} і поверхні друкарської форми (формного циліндра) U_{roll} один відносно одного [26].

$$Q_x = -\frac{G^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{G}{2} (U_{sheet} + U_{roll}) = \\ = -\frac{G^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + GU_{roll}. \quad (1.15)$$

Для спрощення формулювання параметри переведено в безрозмірні величини (розмірні величини позначимо великими літерами, а їх безрозмірні аналоги — малими):

$$\frac{\{R, R_0, D, G, H\}}{L} = r, r_0, g, h, \\ \frac{T}{\eta U_{roll}} = t, \quad (1.16)$$

$$\frac{Q}{LU_{roll}} = q.$$

Властивості рідини також представлено у безрозмірному вигляді, де P — тиск рідини, T — натяг полотна, Q — об'ємна витрата рідини, η — в'язкість рідини.

Трансформувавши рівняння (1.15) в безрозмірне отримуємо:

$$q_x = -\frac{g^3}{12} \frac{\partial p}{\partial x} + gu. \quad (1.17)$$

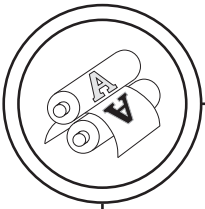
Коефіцієнти $\frac{g^3}{12}$, g тут відображають гладкі поверхні, що перебувають у контакті. Ці коефіцієнти не відображають дійсності, оскільки форма інтаглюдруку містить на своїй поверхні гравіювання. Тому можемо замінити ці коефіцієнти невідомими коефіцієнтами, які позначимо як a , b . У результаті чого отримуємо рівняння:

$$q_x = a \frac{\partial p}{\partial x} + bu. \quad (1.18)$$

Наступне зауваження стосується гнучкого паперу. Прогин паперу залежить як від тиску рідини, так і від сили натягу паперу. У цьому випадку папір можна розглядати як розтягнуту мембрану. Так отримуємо баланс сил між натягом паперу і тиском рідини, що можна виразити в наступному рівнянні:

$$\Delta p = -kt. \quad (1.19)$$

У декартовій системі координат кривизну лінії (див. рис. 8, б) можна виразити наступним рівнянням:



$$k = \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (1.20)$$

Рідину в перенесеній краплі тепер можливо виразити трьома диференціальними рівняннями (1.21), (1.22), (1.23). Рівняння (1.21) показує вплив швидкості друкування і кількості потоку рідини на градієнт тиску. Коефіцієнти a , b є функціями від щільності між циліндром та папером.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{q_x - bu}{a}, \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{p}{t} \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1.23)$$

Збереження об'єму (рівняння 1.22) вказує на те, що в нормальних умовах зміна значення потоку краплі наближається до нуля. Рівняння (1.23) показує кривизну паперу, де h — відстань по вертикалі від паперу до поверхні друкарської форми, t — сила натягу в папері.

Отже, кількість перенесеної фарби складає:

$$q_x = a \frac{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot t + bu. \quad (1.24)$$

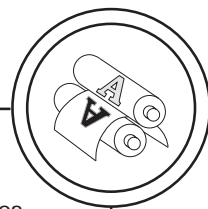
Із рівняння видно, що кількість перенесеної фарби залежить від відстані по вертикалі від паперу до поверхні друкарської форми та швидкості друкування. Відстань

від паперу до поверхні друкарської форми напряму залежить саме від градієнта тиску у друкарському контакті. Тому рівняння доводить залежність кількості перенесеної фарби від технологічних параметрів друкування.

Висновки

Під час теоретичного аналізу розроблено феноменологічну модель формування фарбових шарів у процесі металографічного друку, яка описує основні фізичні механізми, які відбуваються під час фази її перенесення — накопчування фарби на друкарську форму і подальше стирання зайвої фарби з пробільних елементів, перенесення фарби із гравійованих друкувальних елементів форми на задруковуваний матеріал та закріплення фарбового шару. Ця модель слугує для детального опису кожного етапу фарбоперенесення та уможливорює передбачення можливих дефектів утвореного зображення, що дозволяє своєчасно та цілеспрямовано корегувати якість утворюваних відбитків.

Запропоновано математичний опис фізичних процесів, які відбуваються під час фарбоперенесення при металографічному друці, в якому на основі моделі Oldroyd-B було визначено, що до процесу фарбоперенесення у металографічному друці можливо застосовувати рівняння Нав'є-Стокса для в'язкої нестисливої рідини. Це у свою чергу дозволяє визначати функцію залежності кількості фарби, що переносять від технологічних параметрів друкування, а саме градієнта тиску у контакті та швидкості друкування.

**Список використаної літератури**

1. Kyrychok T. The influence of pressure during intaglio printing on banknotes durability / T. Kyrychok, P. Kyrychok, S. Havenko, E. Kibirsktis, V. Miliunas // *Mechanika*. 2014. № 20(3). С. 327–331. doi:10.5755/j01.mech.20.3.7393.

2. Kyrychok T. 3D light interferometry investigation of ink layer formation during intaglio printing / T. Kyrychok, O. Korotenko // *Proceedings of SPIE — The International Society for Optical Engineering*. 2020. Volume 11369.

3. Киричок Т. Ю. Вплив параметрів друкувальних елементів форм інтагліодруку, отриманих прямим лазерним гравіюванням, на графічну та градаційну точність відбитків / Т. Ю. Киричок, О. В. Коротенко, В. А. Баглай // *Технологія і техніка друкарства*. 2021. № 4(74). С. 4–15. [https://doi.org/10.20535/2077-7264.4\(74\).2021.258285](https://doi.org/10.20535/2077-7264.4(74).2021.258285).

4. Glass J. Ed. *Coating Rheology: Component Influence on the Rheological Response and Performance of Water-Borne Coatings in Roll Applications* / J. E. Glass, R. K. Prud'homme // *Liquid film coating*. Springer, Dordrecht. 1997. pp. 137–182.

5. Benkreira H. *Direct Gravure Roll Coating* / H. Benkreira, R. Patel // *Chemical Engineering Science*. Elsevier. 1993. Vol. 48. No. 12. pp. 2329–2335.

6. Hennig G. *Laser engraving in gravure industry* [Electron. resource] / G. Hennig, K.-H. Selbmann, et al. // *Proc. SPIE 6157. Workshop on Laser Applications in Europe*. December 2005. Access link: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/6157/61570C/Laser-engraving-in-gravure-industry/>.

7. Kapur N. A parametric study of direct gravure coating / N. Kapur // *Chemical Engineering Science*. 2003. Vol. 58 (13). pp. 2875–2882.

8. Schwartz L. W. Numerical modelling of liquid withdrawal from gravure cavities in coating operations / L. W. Schwartz, P. Moussalli, et al. // *Chemical Engineering Research & Design*. Elsevier. January 1998. Vol. 76. Issue 1. pp. 22–28.

9. Huang W. Simulation of liquid transfer between separating walls for modeling micro-gravure-offset printing / W.-X. Huang [et al.] // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2008. № 29. pp. 1436–1446.

10. Powell C. A. Modeling the meniscus evacuation problem in direct gravure coating / C. A. Powell, M. D. Savage, et al. // *Chemical Engineering Research and Design*. Elsevier. January 2000. Vol. 78. Issue 1. pp. 61–67.

11. Yin X. Flow visualization of the liquid emptying process in scaled-up gravure grooves and cells / X. Yin, S. Kumar // *Chemical Engineering Science*. 2006. Vol. 61. № 4. pp. 1146–1156.

12. Chuang H.-K. An Experimental Study on the Pickout of Scaled-up Gravure Cells / H.-K. Chuang, C.-C. Lee, T.-J. Liu // *International Polymer Processing*. 2008. Vol. 23. № 2. pp. 216–222.

13. Ahn S. *On the Ink Transfer Process in Gravure Printing* / S. Ahn, Y. Na // *Computational Science and Its Applications. Lecture Notes in Computer Science*. ICCSA, Springer, Berlin, Heidelberg, 2007. Vol. 4706. pp. 907–918.

14. Elsayad S. Some factors affecting ink transfer in gravure printing / S. Elsayad, F. Morsy, S. El-Sherbiny, E. Abdou // *Pigm. Resin Technology*. 2002. Vol. 31(4). pp. 234–240.

15. Hoda N. Boundary integral simulations of liquid emptying from a model gravure cell / N. Hoda, S. Kumar // *Physics of Fluids*. — University of Minnesota, 2008. Vol. 20. № 9. pp. 1–12.



16. Киричок Т. Ю. Вплив геометричних параметрів друкувальних елементів форми на тактильність відбитків металографічного друку / Т. Ю. Киричок, О. В. Гуца (Коротенко) // Зб. наук. праць: Кваліологія книги. Львів, 2015. № 2(28). С. 22–26. .

17. Pat. CA 2559557A1 Canada, МПК C09D 11/00. Rheologically unique intaglio printing inks / J. Malanga, et al.; заявник і патентовласник Sun Chemical Corporation (USA); заявл. 12.03.2004; опубл. 12.09.2006.

18. Пат. US 005723514A МПК C09D 11/10. Heatset intaglio printing ink / S. J. Nachfolger, H. Babij, J. Malanga, R. H. Reiter, W. J. Glesias; заявник і патентовласник Sun Chemical Corporation; заявл. 13.06.1995; опубл. 03.03.1998.

19. Gaskell P. H. Stagnation-saddle points and flow patterns in stokes flow between contra-rotating cylinders / P. H. Gaskell, M. D. Savage, H. M. Thompson // Journal of Fluid Mechanics. 1998. Vol. 370. pp. 221–247.

20. Thompson H. M. A theoretical and experimental investigation of reservoir-fed, rigid-roll coating / H. M. Thompson, N. Kapur, P. H. Gaskell, J. L. Summers, S. J. Abbott // Chemical Engineering Science. 2001. Vol. 56(15). pp. 4627–4641.

21. Greener J. Reverse roll coating of viscous and viscoelastic liquids / J. Greener, S. Middleman // Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals. 1981. Vol. 20(1). pp. 63–66.

22. Sarela S. Evaluation of Ink Transfer Theory / S. Sarela, E. Harkonen, H. Paulapuro // TAGA Annual Conference. Ashville: TAGA Proceedings. 2002. pp. 90–108.

23. Oldroyd J. G. Non-Newtonian Effects in Steady Motion of Some Idealized ElasticoViscous [Electron. resource] / J. G. Oldroyd // Proceedings of the royal society A. Mathematical, physical and engineering sciences. 1958. Access link: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/245/1241/278.full.pdf>.

24. Ahmed D. H. Simulation of non-Newtonian ink transfer between two separating plates for gravure-offset printing / D. H. Ahmed, H. J. Sung, D.-S. Kim // International Journal of Heat and Fluid Flow. Elsevier, 2011. Issue 32. pp. 298–307.

25. Lee J. A. Computational study of viscoelastic effects on liquid transfer during gravure printing / J. A. Lee, J. P. Rothstein, M. Pasguali // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Elsevier, 2013. Vol. 199. pp. 1–11.

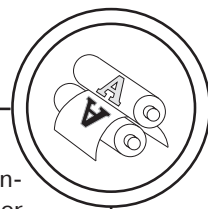
26. Raske N. A Computational and Experimental Investigation of Discrete Cell Gravure Roll Coating / N. A. Raske // Submitted in accordance with the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. The University of Leeds, School of Mechanical Engineering. October 2014. 181 p.

References

1. Kyrychok, T., Kyrychok, P., Havenko, S., Kibirkštis, E., & Miliunas, V. (2014). The influence of pressure during intaglio printing on banknotes durability. *Mechanika*, 20(3), 327–331. doi:10.5755/j01.mech.20.3.7393 [in English].

2. Kyrychok, T., & Korotenko, O. (2020). 3D light interferometry investigation of ink layer formation during intaglio printing. *Proc. of SPIE – The International Society for Optical Engineering*, Vol. 11369 [in English].

3. Kyrychok, T. Yu., Korotenko, O. V., & Bahlai, V. A. (2021). Vplyv parametriv drukuvalnykh elementiv form intahliodruku, otrymanykh priamym lazernym hra-



viiuvanniam, na hrafichnu ta hradatsiinu tochnist vidbytkiv [The Influence of Printing Elements Parameters of Intaglio Printing Plates Obtained by Direct Laser Engraving on Graphic and Gradation Accuracy of Imprints]. *Tekhnolohiia i tekhnika drukarstva*, (4(74), 4–15. [https://doi.org/10.20535/2077-7264.4\(74\).2021.258285](https://doi.org/10.20535/2077-7264.4(74).2021.258285) [in English].

4. Glass, J. Ed., & Prud'homme, R. K. (1997). Coating Rheology: Component Influence on the Rheological Response and Performance of Water-Borne Coatings in Roll Applications. *Liquid film coating*. Springer, Dordrecht, 137–182.

5. Benkreira, H., & Patel, R. (1993). Direct Gravure Roll Coating. *Chemical Engineering Science*. Elsevier, Vol. 48, No. 12, 2329–2335.

6. Hennig, G., Selbmann, K.-H., & et al. (December 2005). Laser engraving in gravure industry. *Proc. SPIE 6157. Workshop on Laser Applications in Europe*. Retrieved from <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/6157/61570C/Laser-engraving-in-gravure-industry/>.

7. Kapur, N. (2003). A parametric study of direct gravure coating. *Chemical Engineering Science*, Vol. 58 (13), 2875–2882.

8. Schwartz, L. W., Moussalli, P., & et al. (January 1998). Numerical modeling of liquid withdrawal from gravure cavities in coating operations. *Chemical Engineering Research & Design*. Elsevier, Vol. 76, Issue 1, 22–28.

9. Huang, W.-X., & et al. (2008). Simulation of liquid transfer between separating walls for modeling micro-gravure-offset printing. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29, 1436–1446.

10. Powell, C. A., Savage, M. D., & et al. (January 2000). Modeling the meniscus evacuation problem in direct gravure coating. *Chemical Engineering Research and Design*. Elsevier, Vol. 78, Issue 1, 61–67.

11. Yin, X., & Kumar, S. (2006). Flow visualization of the liquid emptying process in scaled-up gravure grooves and cells. *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, 4, 1146–1156.

12. Chuang, H.-K., Lee, C.-C., & Liu, T.-J. (2008). An Experimental Study on the Pickout of Scaled-up Gravure Cells. *International Polymer Processing*, Vol. 23, 2, 216–222.

13. Ahn, S., & Na, Y. (2007). On the Ink Transfer Process in Gravure Printing. *Computational Science and Its Applications. Lecture Notes in Computer Science*. ICCSA, Springer, Berlin, Heidelberg, Vol. 4706, 907–918.

14. Elsayad, S., Morsy, F., El-Sherbiny, S., & Abdou, E. (2002). Some factors affecting ink transfer in gravure printing. *Pigm. Resin Technology*, Vol. 31(4), 234–240.

15. Hoda, N., & Kumar, S. (2008). Boundary integral simulations of liquid emptying from a model gravure cell. *Physics of Fluids*. University of Minnesota, Vol. 20, 9, 1–12.

16. Kyrychok, T. Yu., & Hushcha (Korotenko), O. V. (2015). Vplyv heometrychnykh parametriv drukuvalnykh elementiv formy na taktylnist vidbytkiv metalohrafichnoho druku [Influence of geometric parameters of printing form elements on the tactility of metalographic printing imprints]. *Zb. nauk. prats: Kvalilohiia knyhy*, 2(28), 22–26 [in Ukrainian].

17. Malanga, J., & et al. *Rheologically unique intaglio printing inks* // Patent Canada, CA 2559557A1. Publish 12.09.2006.



18. Nachfolger, S. J., Babij, H., Malanga, J., Reiter, R. H., & Glesias, W. J. *Heatset intaglio printing ink* // Patent US 005723514A. Publish 03.03.1998.
19. Gaskell, P. H., Savage, M. D., & Thompson, H. M. (1998). Stagnation-saddle points and flow patterns in stokes flow between contra-rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 370, 221–247.
20. Thompson, H. M., Kapur, N., Gaskell, P. H., Summers, J. L., & Abbott, S. J. (2001). A theoretical and experimental investigation of reservoir-fed, rigid-roll coating. *Chemical Engineering Science*, Vol. 56(15), 4627–4641.
21. Greener, J., & Middleman, S. (1981). Reverse roll coating of viscous and viscoelastic liquids. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 20(1), 63–66.
22. Sarela, S., Harkonen, E., & Paulapuro, H. (2002). Evaluation of Ink Transfer Theory. *TAGA Annual Conference*. Ashville: TAGA Proceedings, 90–108.
23. Oldroyd, J. G. (1958). Non-Newtonian Effects in Steady Motion of Some Idealized ElasticoViscous. *Proceedings of the royal society A. Mathematical, physical and engineering sciences*. Retrieved from <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/245/1241/278.full.pdf>.
24. Ahmed, D. H., Sung, H. J., & Kim, D.-S. (2011). Simulation of non-Newtonian ink transfer between two separating plates for gravure-offset printing. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. Elsevier, Issue 32, 298–307.
25. Lee, J. A., Rothstein, J. P., & Pasquali, M. (2013). Computational study of viscoelastic effects on liquid transfer during gravure printing. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. Elsevier, Vol. 199, 1–11.
26. Raske, N. (October 2014). A Computational and Experimental Investigation of Discrete Cell Gravure Roll Coating. *Submitted in accordance with the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*. The University of Leeds, School of Mechanical Engineering, 181 p.

The paper presents a theoretical analysis of ink transfer and the formation of ink layers in intaglio printing. The article presents a detailed phenomenological model and a mathematical description of the process of color transfer in intaglio printing. This makes it possible to predict the quality of imprints and determine the function of the dependence of the amount of color transferred on the technological parameters of printing.

Keywords: intaglio printing; intaglio printing ink; ink layers; ink transfer; printing elements; engraved strokes.

Надійшла до редакції 28.10.22